

# MODELISATION DU COMPORTEMENT DES PLAQUES REPOSANT SUR SOL ELASTIQUE PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

M.E. GUELLIL<sup>a</sup>, M. TAHAR ABBES<sup>b</sup>

<sup>a</sup> *Faculté des sciences et sciences de l'ingénieur, département de Génie Civil*

<sup>b</sup> *Faculté des sciences et sciences de l'ingénieur, département de Mécanique*

## RESUME

Ce travail décrit le comportement de l'ensemble sol structure schématisé par le modèle de plaque reposant sur un sol élastique. Les plaques sont des éléments de base en génie civil notamment dans le domaine du bâtiment et des constructions d'art. L'interaction plaque sol élastique est développée selon le modèle de Vlasov tandis que le comportement de la plaque est décrit par la théorie de Kirchhoff et Mindlin. Un modèle d'éléments finis est mis en pratique pour la modélisation numérique et la résolution de l'interaction plaque sol selon les différentes formulations. L'élément fini quadrilatéral à huit nœuds est utilisé pour la modélisation de la flexion des plaques élastiques tandis que le sol est modélisé selon les modèles de Winkler et Vlasov. Le code de calcul de la flexion des plaques prend également en charge le modèle plaque sol dans sa globalité. Il détermine les déflexions ainsi que les moments de flexion de l'ensemble plaque-sol. Les résultats obtenus sont validés par rapport aux différents auteurs et sont conformes aux prévisions de comportement des modèles de Winkler et Vlasov. De plus, des essais de traitement des sols sont effectués pour déterminer l'effet de la stabilisation des sols médiocres sur le comportement des plaques. Enfin, une comparaison est présentée entre notre programme et le logiciel commercial GeoStudio pour voir l'effet de l'épaisseur de la couche améliorée sur la déflexion de la plaque. Les résultats obtenus sont encourageants.

**Mots clés:** Plaque, Sol, interaction sol-structure, Winkler, Vlasov, modélisation, éléments finis, stabilisation.

## 1. Introduction

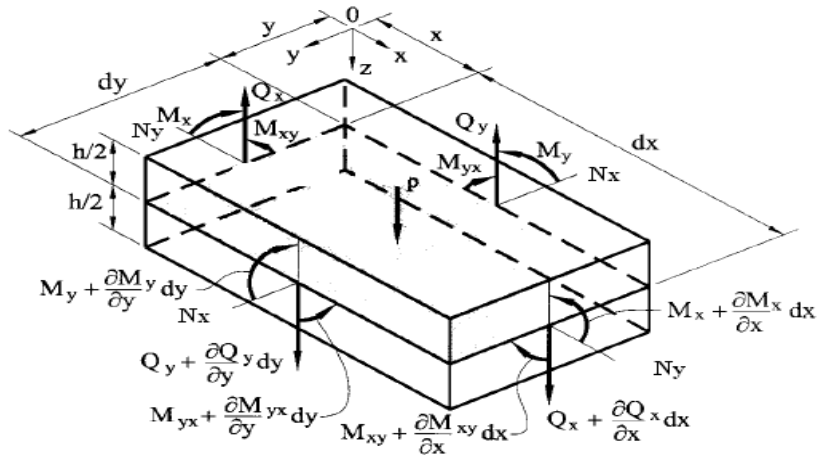
Les plaques reposant sur les fondations élastiques présentent des problèmes techniques très courants dans le génie civil. Toutes les charges de la structure doivent être transférées au sol, et l'ensemble structure et sol doivent agir ensemble pour supporter les charges. Le développement des modèles plus réalistes de fondation et des méthodes simplifiées pour résoudre ce problème complexe d'interaction sol-structure est très important pour arriver à des conceptions sûres et économiques. Le terme générique désignant l'étude de ces phénomènes porte le nom d'Interaction Sol Structure (ISS). Le terme interaction est très important puisqu'il met bien en évidence le fait que non seulement la nature de sol a une influence sur le comportement de la structure, mais aussi la structure a une influence sur le comportement du sol qui peut modifier ainsi les composantes de la sollicitation selon le modèle adopté.

Plusieurs méthodes numériques sont mises en pratique pour la résolution des modèles interaction sol-structure. La méthode la plus utilisée est la méthode des éléments finis. Elle semble appropriée puisqu'elle permet de définir précisément le comportement de tous les éléments composant le problème (sol, fondation).

Pour traiter l'ISS, nous allons dans ce travail développer un outil qui permet, tout en ayant une conception simplifiée, de reproduire de manière phénoménologique le comportement d'une fondation superficielle reposant sur une surface de sol massif semi-infini (modèle de Vlassov).

## 2. Théorie des plaques

La figure 1 montre une plaque rectangulaire orthogonale avec  $a$  et  $b$  comme côtés et épaisseur  $h$ . Nous sélectionnons un système de coordonnées cartésiennes  $x, y, z$ . Les axes  $x$  et  $y$  sont placés dans le plan moyen de plaque et orientés le long des bords de la plaque, l'axe  $z$  est choisi perpendiculaire au plan moyen de la plaque c'est-à-dire normal au plan  $(x,y)$ . La plaque est sous un chargement latéral dans le plan (normal et cisaillement).



**Fig.1-** Contraintes élémentaires dans un élément différentiel de plaque

L'équation d'équilibre des moments est:

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -p_z(x, y) \quad (1)$$

L'intégration des équations des moments fléchissant donne l'équation de la plaque soumise aux charges distribuées  $P_z(x,y)$  [1]:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^2} = \frac{p_z(x, y)}{D} \quad (2)$$

Dans le cas d'une plaque épaisse, on utilise la théorie de Mindlin. Elle est basée sur une théorie de déformation utilisant les déformations cinématiques suivantes pour les déplacements dans le plan :

$$\begin{aligned} u &= z \cdot q_x(x, y), \\ v &= z \cdot q_y(x, y). \end{aligned} \quad (3)$$

Où  $q_x(x, y)$  et  $q_y(x, y)$  représentent les déformations du plan-moyen

### 3. Comportement du sol

Le développement des équations de comportement d'une plaque sur une fondation élastique est effectué suivant les indications de la figure 1. Dans le modèle de *Winkler*, le rapport entre la pression externe  $p$  et la déflexion  $w$  de la surface de base est exprimé par:

$$p = kw \quad (4)$$

Où  $w$  le déplacement vertical du sol, est proportionnel à la pression de contact  $p$ . La constante de proportionnalité  $k$  s'appelle le module de la réaction de sol. La loi de comportement est donnée par :

$$D\nabla^4 w + kw = q \quad (5)$$

Avec  $D$ : la rigidité de la plaque et  $\nabla^4$  est l'opérateur biharmonique

Dans le modèle de *Winkler*, on suppose que le sol de base se compose linéairement des ressorts élastiques qui sont étroitement alignés et indépendants l'un de l'autre avec une rigidité  $k$ . Le déplacement de la plaque est indépendant du déplacement du sol en dehors de la région chargée. Le modèle de *Winkler* implique deux problèmes majeurs. Le premier problème est que le déplacement de la plaque est une constante quand il est soumis à une charge uniformément distribuée  $q$ . Il n'y a aucun moment de flexion ou force de cisaillement dans la plaque pendant cette condition de charge, qui est complètement peu réaliste et non conservative. Le deuxième problème est que la valeur de  $k$  n'est pas unique et dépend des diverses propriétés de la plaque et du sol ainsi que le chargement.

Cependant *Vlasov et Leont'ev (1966)* ont employé une nouvelle approche mathématique pour résoudre le problème décrit ci-dessus. Ils ont développé un modèle de deux-paramètre pour des plaques sur des fondations élastiques en utilisant une méthode de variation de la constante. Cette méthode prend en considération la contrainte de cisaillement dans le sol. La relation entre le déplacement  $w$  et la charge  $q$  est comme suit:

$$D\nabla^4 w - 2t\nabla^2 w + kw = q, \quad (6)$$

Avec  $t$ : paramètre de cisaillement

*Vlasov et Leont'ev* ont présenté un autre paramètre  $g$  pour caractériser le profil vertical de déformation dans le sol continu. L'avantage de l'approche de *Vlasov et Leont'ev* est l'élimination de la nécessité de déterminer les valeurs de la réaction de sol  $k$  et du paramètre de cisaillement  $t$  arbitrairement.

L'énergie totale des efforts du system sol-structure est:

$$\Pi = \Pi_p + \Pi_s + V \quad (7)$$

Avec

$\Pi_p$ : énergie dans la plaque

$\Pi_s$ : énergie dans le sol

$V$ : énergie potentielle des charges extérieures

L'énergie de déformation de la plaque et du sol s'écrit comme suit:

$$\Pi_p = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) [D] \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^T dx dy, \quad (8)$$

$$\Pi_s = \frac{1}{2} \int_0^H \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (s_x e_x + s_y e_y + s_z e_z + t_{xy} g_{xy} + t_{yz} g_{yz} + t_{xz} g_{xz}) dx dy dz, \quad (9)$$

et celle des forces :

$$V = - \int_{\Omega} q.w dx dy \quad (10)$$

La minimisation de l'énergie potentielle totale donne:

$$d\Pi = \int_{\Omega} (D \nabla^4 w - 2t \nabla^2 w + kw - q) dw dx dy + \int_0^H \left( -m \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} + nf \right) df dz + CF = 0 \quad (11)$$

Avec

$$m = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{E} w^2 dx dy \quad (12)$$

$$n = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G (\nabla w)^2 dx dy$$

L'équation générale du système est:

$$D \nabla^4 w - 2t \nabla^2 w + kw = q \quad (13)$$

et en dehors du domaine de la plaque:

$$-2t \nabla^2 w + kw = 0 \quad (14)$$

La deuxième expression entre parenthèse de l'équation (11) est le champ de l'équation de déformation du sol dans la direction verticale, l'équation est:

$$-m \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} + nf = 0 \quad (15)$$

Où les conditions de frontière sont  $f(0)=1$  et  $f(H)=0$

La solution de l'équation précédente avec ses conditions de frontière est:

$$f(z) = \frac{\sinh g(1-z/H)}{\sinh g} \quad (16)$$

Avec  $(g/H)^2 = n/m$ , où  $\gamma$  représente le paramètre déformation-sol qui caractérise la distribution verticale de la déformation du sol. Dans le modèle de *Vlasov* le paramètre  $\gamma$  est déterminé comme fonction des caractéristiques de la structure et de la fondation (procédure itérative). L'expression générale de  $\gamma$  de la plaque sur fondation élastique est:[3]

$$\left( \frac{g}{H} \right)^2 = \frac{(1-2u_s) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (\nabla w)^2 dx dy}{2(1-u_s) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} w^2 dx dy} \quad (17)$$

#### 4. Formulation de la plaque par la méthode des éléments finis

Les modèles des éléments finis linéaires des théories de plaque à déformation classique (de *Kirchhoff* ou mince) et de cisaillement (de *Mindlin* ou épaisse) pour les éléments rectangulaires seront présentés. Un élément rectangulaire simple à huit nœuds est choisi. L'énergie potentielle totale de la structure peut être obtenue par sommation des énergies potentielles totales élémentaires si les éléments ont la compatibilité requise. Autrement dit, un bon choix des fonctions de forme avec la non existence de singularité dans les termes du fonctionnel  $\Pi$ .

Après combinaisons des relations, on trouve:

$$\Pi_e = \frac{1}{2} \int_{V_e} [d^e]^T [B]^T DB d^e .dV - \int_{S_e} [d^e]^T [N]^T .q.dS \quad (18)$$

Où  $V_e$  et  $S_e$  sont le volume et la surface de l'élément chargé respectivement.

La minimisation de l'énergie potentielle pour l'élément « e » par rapport au déplacement nodal  $d^e$  pour l'élément sera:

$$\frac{\partial \Pi_e}{\partial d^e} = \int_{V_e} ([B]^T DB) d^e .dV - \int_{S_e} [N]^T .q.dS = K^e d^e - F^e \quad (19)$$

Où

$$K^e = \int_{V_e} [B]^T D.B.dV \quad \text{Matrice de rigidité de l'élément} \quad (20)$$

$$F^e = \int_{S_e} [N]^T q.dS \quad \text{Forces nodales équivalentes pour l'élément} \quad (21)$$

Deux types de chargement sont considérés, le premier cas de chargement concerne les forces concentrées (Figure 2) et le deuxième cas de chargement concerne une charge distribuée et normale à la surface supérieure de la plaque, avec  $q$  comme intensité de la charge distribuée.

$$F_i = \begin{bmatrix} P \\ M_x \\ M_y \end{bmatrix} = \int_{A_e} N_i \begin{bmatrix} q \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} dA \quad (22)$$

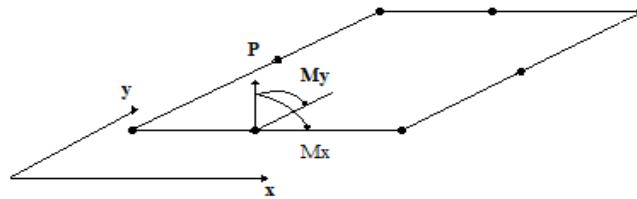


Fig. 2- Représentation de la charge nodale

#### 4.1. Matrice de déformation [B] et La matrice des rigidités élastiques [D]

La relation déformation-déplacement pour la flexion des plaques est donnée par :

$$e = \sum_{i=1}^n B_i d_i \quad (23)$$

$$[B_i] = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\partial N_i}{\partial x} \\ 0 & -\frac{\partial N_i}{\partial y} & -\frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial x} & -N_i & 0 \\ \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & -N_i \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & -N_i \end{bmatrix} \quad i=1, nne \quad (24)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} Df & 0 \\ 0 & Dc \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Et^3}{12(1-n^2)} & \frac{nEt^3}{12(1-n^2)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{nEt^3}{12(1-n^2)} & \frac{Et^3}{12(1-n^2)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-n)}{2} \frac{Et^3}{12(1-n^2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{Et}{24(1+n)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{Et}{24(1+n)} \end{bmatrix} \quad (25)$$

Avec [Df] matrice d'élasticité associée à la flexion et [Dc] matrice d'élasticité associée au cisaillement.

$$[D_f] = \frac{E.t^3}{12.(1-u^2)} \begin{bmatrix} 1 & u \\ u & 1 \\ & \frac{1-u}{2} \end{bmatrix} ; \quad [D_c] = \frac{\alpha.E.t}{2.(1+u)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Où :  $\alpha = 5/6$  facteur de correction de cisaillement

#### 4.2 Matrice de rigidité élémentaire

De ces relations, la matrice de rigidité d'un élément de plaque est définie par la relation suivante :

$$K_{ij}^e = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [B_i]^T [D] [B_j] \det J . dx dh \quad (26)$$

#### 4.3 Modélisation du sol de Fondation

Pour le modèle de *Winkler* l'expression de l'énergie de déformation dans la fondation est:

$$[S^e] = k \iint [N]^T [N] dx dy \quad (27)$$

$[S^e]$  : matrice de rigidité du sol de fondation correspondante à l'élément de plaque

$k$  : module de fondation

Pour le modèle de *Vlassov* l'énergie potentielle de cisaillement dans le sol est:

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left[ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \right]^T 2t; \left[ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \right] \quad (28)$$

La matrice de rigidité dans l'élément de référence est:

$$[K_{2t}^e] = 2t.a.b. \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \left( \frac{1}{a^2} \left[ \frac{\partial N}{\partial x} \right]^T \left[ \frac{\partial N}{\partial x} \right] + \frac{1}{b^2} \left[ \frac{\partial N}{\partial h} \right]^T \left[ \frac{\partial N}{\partial h} \right] \right) dx dh \quad (29)$$

#### 4.4 Formulation finale du système plaque sur fondation élastique

Pour analyser le phénomène de l'interaction sol structure, l'énergie de déformation dans la fondation sera ajoutée à celle de la plaque pour aboutir à :

$$U_p^e = \frac{1}{2} \{d^e\}^T [K^e] \{d^e\} \quad (30)$$

L'énergie potentielle totale du système plaque-sol s'écrit :

$$\Pi^e = \frac{1}{2} \{d^e\}^T [K^e] \{d^e\} + \frac{1}{2} \{d^e\}^T [S^e] \{d^e\} + \frac{1}{2} \{d^e\}^T [K_{2t}^e] \{d^e\} - \{F^e\} \{d^e\} \quad (31)$$

En appliquant le principe de minimisation de l'énergie potentielle :

$$\frac{\partial \Pi^e}{\partial \{d^e\}} = [K^e] \{d^e\} + [S^e] \{d^e\} + [K_{2t}^e] \{d^e\} - \{F^e\} = 0 \quad (32)$$

Soit :

$$[K_g^e] = [K^e] + [S^e] + [K_{2t}^e] \quad (33)$$

On obtient le système global suivant :

$$[K_g^e] \{d^e\} = \{F^e\} \quad (34)$$

$[K_g^e]$ : Matrice de rigidité globale élémentaire du système plaque sur fondation élastique

Les valeurs du module de la réaction du sol  $k$  et du module de cisaillement  $t$  seront calculées comme suit:

$$k = \frac{1-u}{8.H.(1+u)(1-2u)} \left[ \frac{E_1(2g \sinh 2g + 4g^2) + (E_2 - E_1)(\cosh 2g - 1 + 2g^2)}{\sinh^2 g} \right] \quad (35)$$

$$2t = \frac{H}{16g^2(1+u)} \left[ \frac{E_1(2g \sinh 2g - 4g^2) + (E_2 - E_1)(\cosh 2g - 1 - 2g^2)}{\sinh^2 g} \right] \quad (36)$$

#### 4.5 Condition aux limites

Trois types des conditions aux limites de la plaque sont considérés à savoir: plaque simplement appuyée, plaque appuyée librement et plaque encadrée.

Le tableau 1 résume les conditions aux limites le long des axes Ox et Oy.

**Tableau 1-** Conditions aux Limites

Appuis	Parallèle à Ox	Parallèle à Oy
Simple	$w = 0$ $q_x = 0$	$w = 0$ $q_y = 0$
Libre	$q_y = 0$	$q_x = 0$
Encadré	$w = 0$ $q_x = q_y = 0$	$w = 0$ $q_x = q_y = 0$

#### 4.6 Calcul des contraintes

Les déplacements nodaux et les réactions aux nœuds de chaque élément sont obtenus après la résolution du système d'équations algébriques. Les contraintes sont calculées en tout point de l'élément comme suit:

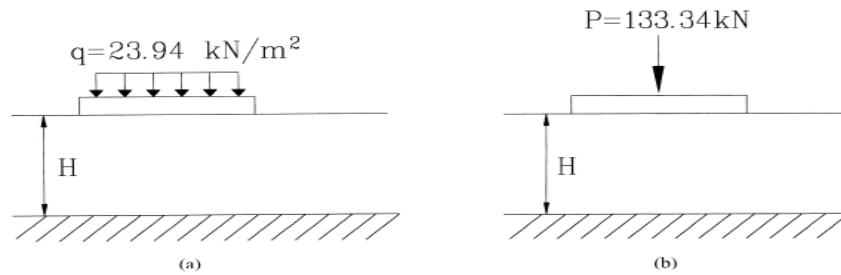
$$\{s^e\} = [D]\{e^e\} = [D][B]\{d^e\} \quad (37)$$

Les contraintes sont évaluées aux points d'intégration [3]. De plus un programme en langage Fortran est élaboré pour la modélisation par éléments finis des plaques isotropes reposant sur fondation élastique de type *Vlasov*. La solution est basée sur un processus itératif.

#### 5. Applications et Discussions

D'après le model de *Winkler* la plaque sous une charge uniforme se déforme comme un corps rigide, cependant avec le modèle *Vlasov* l'effet de cisaillement du sol est pris en compte. Dans ce modèle la détermination du comportement de la plaque reposant sur sol élastique passe par le calcul des valeurs de  $k$  et  $2t$ . Ce problème a été étudié en 1990 par *Straughan* [4] et résolu par la méthode des différences finis.

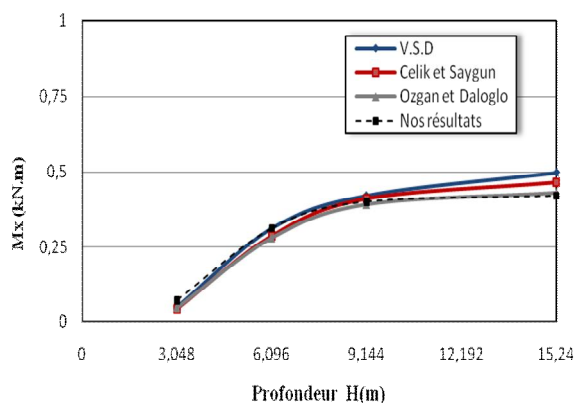
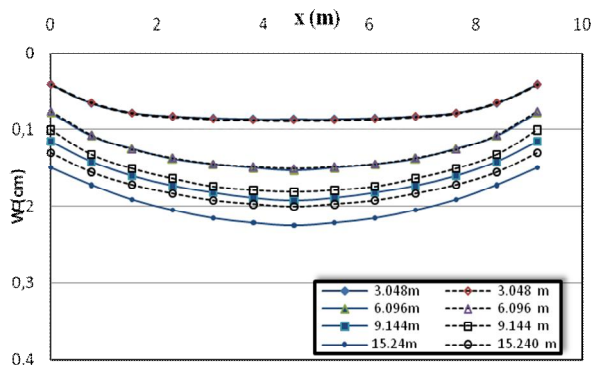
L'exemple traité est une plaque rectangulaire sous une charge uniforme et une charge concentrée pour différentes profondeurs de sol **3.048, 6.096, 9.144 et 15.240 m**. Le module d'élasticité de la plaque et le coefficient de Poisson sont:  $E_p = 20\,685\,000$  KN/m<sup>2</sup> et  $\nu = 0.20$ . Le module d'élasticité du sol et le coefficient de Poisson sont:  $E_s = 68\,950$  KN/m<sup>2</sup> et  $\nu = 0.25$ . La plaque à une longueur de 9,144 m, une largeur de 12,192 m et une épaisseur de 0,1524 m. Le type de chargement est représenté sur la Figure 3. Les résultats sont donnés dans le tableau 2.



**Fig. 3- Type de Chargement**  
 (a) Charge distribuée uniformément, (b) Charge concentrée

**Tableau 2- Déplacements maximaux dus à la charge uniforme**

H(m)	Références	$k$ (kN/m <sup>3</sup> )	$2t$ (kN/m)	$w$ (cm)	$M_x$ (kN.m/m)
<b>3.048</b>	Vallabhan.S.D	27206	26904	0.0872	0.0529
	Celik et Saygun	27192	26826	0.0853	0.0445
	Buczowski et Torbacki	27207	26852	0.0871	-
	Ozgan et Daloglo	27208	26839	0.0874	0.0490
	Nos résultats	<b>27145</b>	<b>27991</b>	<b>0.0877</b>	<b>0.0730</b>
<b>6.096</b>	Vallabhan.S.D	13757	50282	0.1524	0.3113
	Celik et Saygun	13757	50410	0.1526	0.2882
	Buczowski et Torbacki	13758	50411	0.1530	-
	Ozgan et Daloglo	13744	50620	0.1533	0.2794
	Nos résultats	<b>13576</b>	<b>55247</b>	<b>0.1510</b>	<b>0.3134</b>
<b>9.144</b>	Vallabhan.S.D	9430	69506	0.1890	0.4224
	Celik et Saygun	9377	70586	0.1893	0.4109
	Buczowski et Torbacki	9378	50587	0.1896	-
	Ozgan et Daloglo	9337	71390	0.1918	0.3917
	Nos résultats	<b>9050</b>	<b>83241</b>	<b>0.1810</b>	<b>0.4210</b>
<b>15.24</b>	Vallabhan.S.D	6366	94732	0.2070	0.4892
	Celik et Saygun	5964	104664	0.2212	0.4671
	Buczowski et Torbacki	5964	104664	0.2205	-
	Ozgan et Daloglo	5924	105889	0.2238	0.4311
	Nos résultats	<b>5430</b>	<b>139111</b>	<b>0.2001</b>	<b>0.4225</b>



**Fig. 4** - Déflexion de la plaque sous une charge répartie

**Fig. 5** - Variation du moment maximal par rapport à la profondeur  $H$

La figure 4 montre les résultats de la déflexion de la plaque sous une charge répartie et qui sont en bon accord avec les résultats donnés par différents chercheurs [5, 6, 7]. Pour les profondeurs 3.048, 6.096, 9.144 et 15.24 m, les erreurs effectives de la déflexion par rapport aux auteurs sont 0.34%, 1.52%, 5.96% et 11.9% pour la charge uniforme, tandis que pour la charge concentrée les erreurs sont 24.15%, 14.17%, 3.38 et 16.44% respectivement. Cela montre que notre programme présente une bonne convergence pour une certaine profondeur (cas de la charge répartie). La figure 5 montre les résultats des moments fléchissant qui sont très proches par rapport aux résultats des auteurs [5, 6, 8] dans le cas de la charge uniforme, tandis que pour le cas de la charge concentrée les valeurs des moments fléchissant sont compris dans l'intervalle des valeurs des auteurs.

## 6. Effet de l'amélioration des sols sur la déflexion d'une plaque

L'étude expérimentale a pour objectif principal de déterminer le module de déformation ( $E$ ) ainsi que le coefficient de Poisson ( $\nu$ ) par des essais triaxiaux de cisaillement. De plus l'évaluation des effets des ajouts minéraux tels que la chaux, la pouzzolane naturelle ainsi que leurs combinaisons sur ces valeurs a été examinée. Enfin, l'effet de l'amélioration des sols sur la déflexion d'une plaque est étudié et analysé.

### 6.1 Sols utilisés

Le premier sol utilisé (Fig. 6a) dans cette étude a été obtenu à partir d'un site (projet de remblai) situé approximativement à 18 km au Nord-Est de la ville de Chlef. Le deuxième sol (Fig. 6b) a été obtenu à partir d'un site (projet de l'autoroute Est-Ouest) situé approximativement à 25 km à l'Est de la ville de Chlef.



(a)



(b)

**Fig. 6-** Type de sol  
 (a) Sol fin gris, (b) Sol fin rouge

Ces deux sols ont été extraits à une profondeur d'environ 4 à 5 m. Après leur extraction, les sols ont été placés dans des sachets en plastique et transportés au laboratoire de la mécanique des sols de l'université Hassiba Benbouali de Chlef.



**Fig. 7-** Mode de rupture des éprouvettes

Des essais triaxiaux de cisaillement ont été effectués selon la norme américaine *ASTM D 2850* [9]. On distingue trois types d'essais suivant qu'il y a drainage ou non, consolidation ou non, à savoir : essai UU (Unconsolidated Undrained), essai CU+u (Consolidated Undrained avec mesure de la pression interstitielle) et essai CD (Consolidated Drained). Pour les sols argileux, le critère de rupture est choisi comme le maximum du déviateur des contraintes. Ce maximum de déviateur correspond donc à la notion de résistance au cisaillement.

Le coefficient de Poisson peut être calculé par la mesure de la déformation axiale (compression) et la déformation latérale durant l'essai triaxial (voire figure 7).

Les éprouvettes étudiées sont confectionnées à partir des différentes formulations de combinaison sol-ajouts minéraux (Tableau 3). Les résultats du module de Young et du coefficient de Poisson de ces combinaisons sont illustrés dans le Tableau 4.

**Tableau 3-** Formulation des éprouvettes étudiées

Désignation	Sol (%)	Chaux (%)	Pouzzolane naturelle (%)
P0L0	100	0	0
P0L8	92	8	0
P20L0	80	0	20
P10L4	86	4	10
P10L8	82	8	10

**Tableau 4-** Valeurs de  $E$  et  $\nu$  pour différentes combinaisons des sols

Désignation	Sol gris		Sol rouge	
	$E$ (kN/m <sup>2</sup> )	$\nu$	$E$ (kN/m <sup>2</sup> )	$\nu$
P0L0	1073	0.35	3421	0.30
P0L8	7097	0.30	18407	0.25
P20L0	2571	0.35	5735	0.30
P10L4	9073	0.30	13736	0.25
P10L8	8173	0.30	23547	0.25

## 6.2 Déflexion d'une plaque reposant sur sol amélioré

Les résultats de l'effet de l'amélioration des sols sur la déflexion d'une plaque rectangulaire libre sont donnés dans le tableau 5. Les combinaisons P10L4 et P10L8 sont les plus efficaces. En pratique, on ne peut renforcer le sol que pour une épaisseur relativement petite sinon le procédé serait économiquement inacceptable. Dans notre étude on a choisit trois types d'épaisseur de sol à améliorer à savoir 0.1524, 0.3048 et 0.9144 m. Les résultats seront comparés avec ceux du logiciel commercial GeoStudio 2004. La Figure 8 montre la modélisation d'une plaque sur sol bicouche renforcé sous une charge uniforme. Le tableau 6 illustre les erreurs effectives entre les deux types de résultats. Les Figures 9 et 10 montrent une comparaison des déflexions d'une plaque sur sol renforcé sous une charge uniforme et pour différentes épaisseurs des couches traitées.

Suite au tableau 6, on remarque que la déflexion diminue avec l'augmentation de la couche améliorée, ce dernier varie de 1.70 % pour la première combinaison et augmente jusqu'à 13.63 % pour la

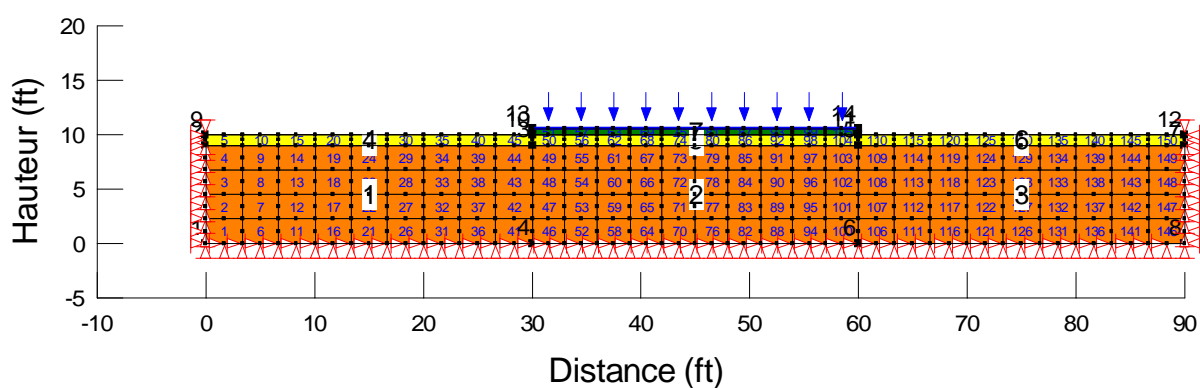
troisième combinaison. De la même manière, la modélisation avec le logiciel GeoStudio présente les mêmes remarques (cas d'une charge uniforme) et l'erreur effective varie de 2.97 % jusqu'à 20.19 %.

**Tableau 5-** Déflexion de la plaque pour différentes combinaisons des sols  $w$  (cm)

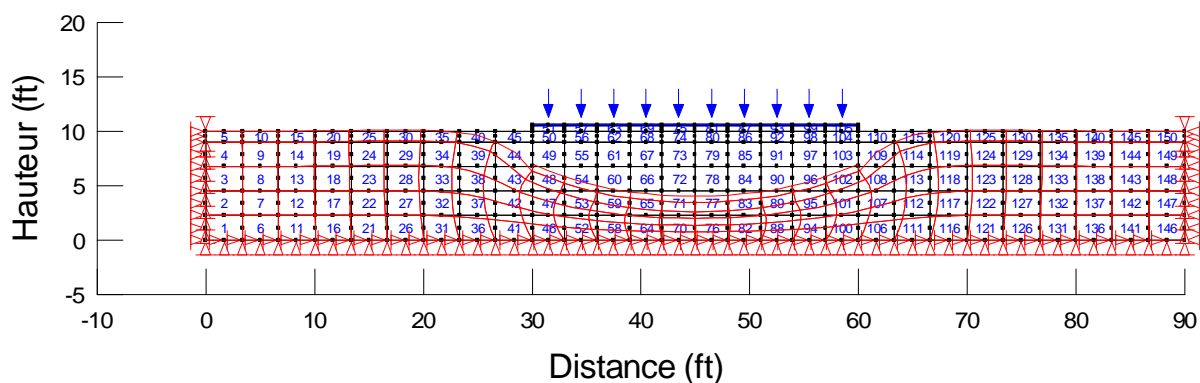
Désignation	Charge uniforme		Charge concentrée	
	Sol Gris	Sol Rouge	Sol Gris	Sol Rouge
P0L0	4.282	1.6425	0.9845	0.5718
P0L8	0.7851	0.3310	0.3830	0.2346
P20L0	1.8556	0.9759	0.6190	0.4309
P10L4	0.6111	0.4459	0.3349	0.2767
P10L8	0.6797	0.2578	0.3548	0.2045

**Tableau 6-** Effet de l'épaisseur de la couche améliorée sur la déflexion de la plaque

H (m)	Nos résultats	GeoStudio	Erreur effective %
0.0000	0.0176	0.0168	4.54
0.1524	0.0173	0.0163	5.78
0.3048	0.0170	0.0158	7.05
0.9144	0.0152	0.0134	11.84

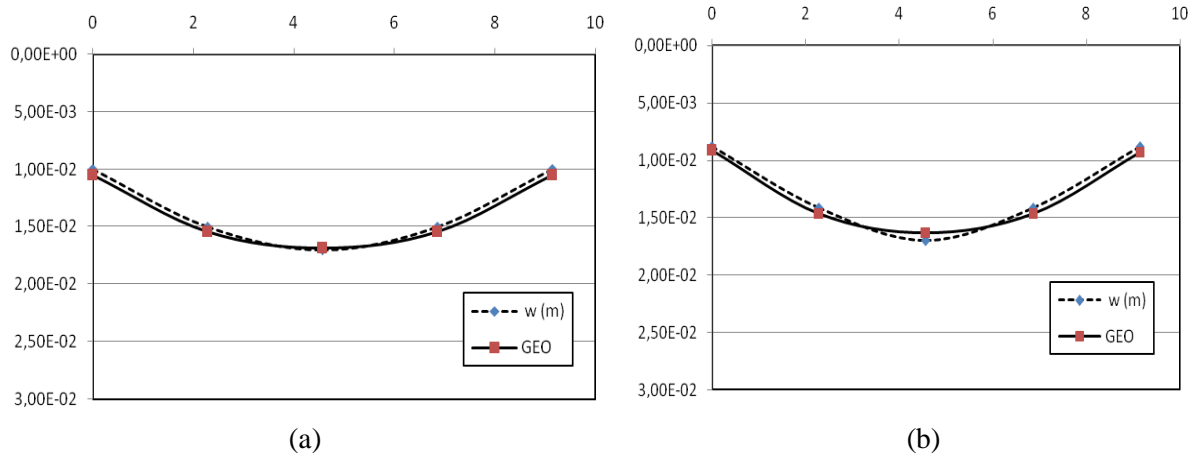


(a)

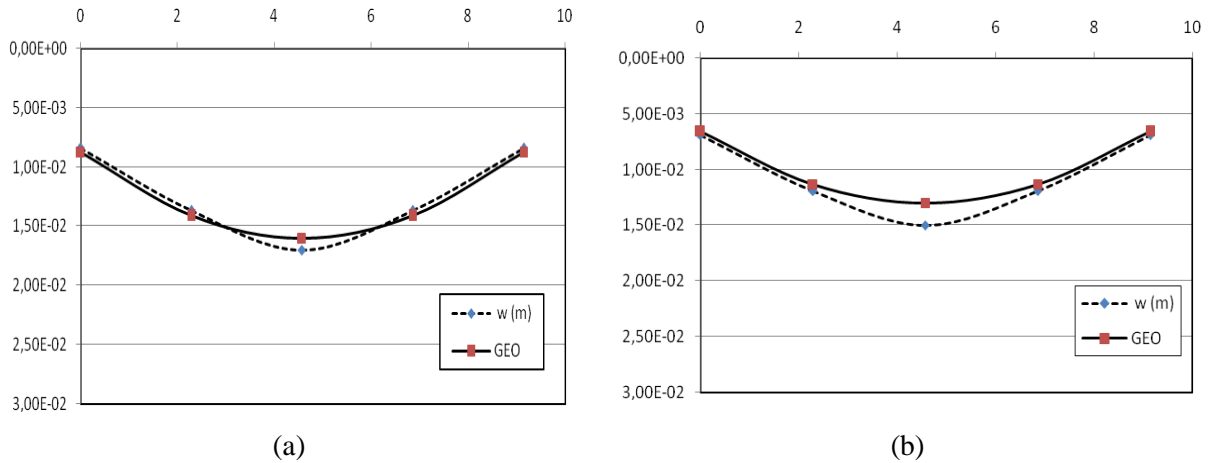


(b)

**Fig. 8-** Modélisation d'une plaque sur sol renforcé bicouche par GeoStudio sous une charge uniforme  
 (a) avant déformation  
 (b) après déformation



**Fig. 9-** Evolution de la déflexion d'une plaque reposant sur sol amélioré sous une charge uniforme  
(a)  $h = 0.0$  m, (b)  $h = 0.1524$  m



**Fig. 10-** Evolution de la déflexion d'une plaque reposant sur sol amélioré sous une charge uniforme  
(a)  $h = 0.3048$  m, (b)  $h = 0.9144$  m

A ce stade, le traitement des sols est une solution reconnue pour son énorme potentiel dans la construction – ex. routes –, pour cela, il faut des études préliminaires pour déterminer la combinaison du mélange et pour assurer un strict contrôle de qualité pendant son exécution.

## 7. Conclusions

A l'issue de ce travail les conclusions suivantes peuvent être tirées:

- Le programme élaboré est capable d'analyser le comportement des plaques reposant sur une fondation élastique avec une exactitude satisfaisante pour une éventuelle conception pratique.
- Il est possible de résoudre ce problème par un modèle de Winkler si la valeur de  $k$  est prévue correctement.
- Le sol sous la plaque peut avoir des caractéristiques géotechniques médiocres. L'amélioration de ces caractéristiques s'avère nécessaire. De plus, la prise en compte des propriétés du sol amélioré par le biais d'une variation linéaire dans le programme de calcul élaboré est désormais possible et conduit à des résultats satisfaisants.

## Références

- [1] R.Szilard. "Theories and Applications of Plates Analysis-Classical, Numerical and Engineering Methods". Hoboken, USA. 2004.
- [2] C.D.Sekhar and R.Roy. "A critical review on idealization and modeling for interaction among soil–foundation–structure system". Computers and Structures ,pp.1579-1594, 2002.
- [3] M. Mofid And M. Noroozi. "A Plate on Winkler Foundation with Variable Coefficient". Sharif University of Technology, Tehran, Iran.
- [4] W.T.STRAUGHAN, B.S, and M.S. " Analysis of plate on elastic foundation". Ph-D, Universities de Technologies du Texas, 1990.
- [5] K.Ozgan and A.T.Daloglu. "Effet of transverseshear strains on plates resting on elastic foundation using modified Vlasov model". Thin Walled Structures, pp.1236-1250, 2008.
- [6] M.Celik and A.Saygub."A method for the analysis of plates on a two-parameter foundation". International Journal of Solids and Structures, pp. 2891-2915, 1999.
- [7] R. Buczkowski and W. Torbacki." Finite element modeling of thick plates on two-parameter elastic foundation ". International Journal for Numerical and Analytical methods in Geomechanics, pp.1409-1427, 2001.
- [8] G.C.V. Vallabhan , Fellow, ASCE and T. Daloglu." Consistent FEM Vlasov Model for Plates on Layered Soil". Journal of Structural, pp .108-113, 1999.
- [9] ASTM D2850 ," Annual book of ASTM Standards", Volume 04.08. American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 2003.
- [10] Logiciel commercial GeoStudio 2004.