

# MODELISATION ELASTOPLASTIQUE DE L'INTERACTION SOL – PIEU CHARGE AXIALEMENT

LAMARA Mohamed, MERAH Ahmed, BOUZIANI Tayeb

*Laboratoire de recherche de Génie Civil, Université de Amar Telidji Laghouat-Algérie, [lrm3a\\_md@yahoo.fr](mailto:lrm3a_md@yahoo.fr)*

## **Résumé**

Le développement de calcul numérique et le progrès considérable réalisé dans le domaine informatique ont permis de tenir compte des comportements de plus en plus complexes des géomatériaux. On se basant sur la méthode des éléments finis et une approche dans le domaine élastoplastique, une modélisation du comportement sol-pieux, axialement chargé, est réalisée. L'effet de l'interaction sol-structure est pris en compte à travers des éléments d'interface. Le sol est représenté par un modèle type Mohr-Coulom avec plasticité parfaite.

Pour l'étude numérique du comportement sol-pieux un code de calcul non linéaire en éléments finis est développé. Les charges limites sont obtenues pour un pieu chargé axialement en compression et en traction. Les résultats obtenus montrent l'importance de la zone de contact sur la distribution des efforts dans le sol.

**Mots clés :** Géomatériaux, interaction sol structure, comportement élastoplastique, pieux, élément d'interface, charges limites.

## 1- INTRODUCTION

Le comportement des géomatériaux est souvent modélisé dans le domaine de l'élasticité linéaire. Cependant, les résultats expérimentaux montrent que les relations contraintes-déformations sont non linéaires et qu'une partie de déformations est irréversible. Donc il serait plus commode de traiter le comportement de ces matériaux en tenant compte de leur aspect non linéaire (élastoplastique). Les développements des modèles de calcul numérique ont permis de tenir compte des comportements de plus en plus complexes des géomatériaux. Dans ce domaine de recherche, la méthode des éléments finis (Zienkiewicz, 1973) peut être considérée comme un outil efficace et pratique pour simuler le comportement des sols de fondation. Un des avantages principaux de cette méthode est sa capacité de prendre en compte les différents problèmes comme la variation des caractéristiques du sol, conditions aux limites compliquée et divers cas de chargement.

La modélisation des problèmes de contact est un problème de grande importance de la mécanique des sols et de la mécanique des roches, qu'il s'agisse d'un problème de contact entre deux couches différentes de sol, de fissures dans les masses rocheuses ou interaction sol structure. On ne peut se permettre alors de négliger l'effet des mouvements relatifs au niveau de zones de contacts sur le comportement de la structure. Pour une analyse numérique plus adéquate de ces problèmes, des éléments d'interface ont été proposés par différents chercheurs, pour la modélisation de l'interaction sol-structure avec la prise en considération des mouvements relatifs aux niveaux de ces interfaces.

La prédiction de la réponse non linéaire des fondations profondes sous l'action des charges verticales est un problème important en interaction sol structure, une approche réaliste de l'analyse des fondations profondes doit prendre en considération le comportement post élastique du sol. L'objet principal de ce travail est la modélisation par la méthode des éléments finis des fondations profonde sous charge axiale, le comportement du système sol-pieu est régi par une loi type Mohr-Coulomb. Les zones de contact sont représentées par l'élément d'interface des couches minces (thin layer element). La résolution du système d'équations non linéaires est obtenue par la méthode incrémentale itérative avec rigidité tangentielle pour accélérer la convergence. En se basant sur la formulation des différents éléments (élément finis, éléments d'interface), un code de calcul *ANAPLAST* en langage Fortran est développé dans cette étude.

## 2- COMPORTEMENT ELASTOPLASTIQUE DES GEOMATERIAUX.

Un corps est dit avoir un comportement « élasto-plastique » quand au-delà d'un certain niveau de chargement (*seuil de plasticité*), il présente des déformations irréversibles (plastiques) à côté de déformations réversibles (élastiques). D'une façon plus générale et pour les cas tridimensionnels, le seuil de plasticité est remplacé par surface dans l'espace de contrainte décrite par une fonction **F** dite « *fonction de charge* » ou critère de plasticité telle que :

$$\text{Si } \begin{cases} F(\sigma) < 0 & \text{on est dans le domaine élastique} \\ F(\sigma) = 0 & \text{on est dans le domaine plastique.} \end{cases}$$

### 2-1 - Etapes de formulation d'une loi de comportement élasto-plastique

La formulation de la loi de comportement élasto-plastique est basée sur la théorie de la plasticité avec une loi d'écoulement associée et un écrouissage isotrope. Le taux de déformation total **de** est décomposé en une partie élastique et une partie plastique :

$$d\mathbf{e} = d\mathbf{e}^e + d\mathbf{e}^p$$

Avec **de**, **de<sup>e</sup>**, **de<sup>p</sup>** sont les déformations totale, élastique et plastique respectivement.

La déformation plastique se produit lorsque l'état de contraintes atteint la surface de charge  $F(s) = 0$ . Sa direction est définie par le potentiel plastique  $g(s)$ . La normale à cette surface, qui est donnée par la loi d'écoulement.

$$(de_{ij})_p = dl \cdot \frac{\partial g}{\partial s_{ij}}$$

Où  $dl$  est la constante de proportionnalité connue sous le nom de multiplicateur plastique, cette équation est nommée la règle d'écoulement. Lorsque  $g$  est différente de  $F$  le matériau est dit «non standard», on distingue une fonction de charge et une fonction potentielle. Cependant la relation  $F \propto g$  a une signification spéciale dans la théorie de plasticité. Pour ce cas on parle de plasticité associée et le matériau est dit «standard». Appliquons la règle de consistance.

$$dF = \frac{\partial F}{\partial \sigma_p} d\sigma + \frac{\partial F}{\partial \kappa} d\kappa = 0$$

Avec  $d\kappa$  : le paramètre d'écrouissage

Après le développement et arrangement des différents termes, on obtient la relation élasto-plastique entre les incréments de contraintes et de déformations exprimée comme :

$$d\sigma = \hat{e} D^e \hat{\epsilon} - \frac{D^e \cdot \frac{\partial g}{\partial \sigma_p} \frac{\partial F}{\partial \sigma_p} D^e}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_p} \frac{\partial g}{\partial \sigma_p} + \frac{\partial F}{\partial \kappa} \frac{\partial g}{\partial \sigma_p} D^e \cdot \frac{\partial g}{\partial \sigma_p}} \hat{u} d\epsilon \quad \text{Ou simplement} \quad ds = D^{ep} de$$

$D^e$  : est la matrice constitutive élastique

Cette relation, entre les incréments de contraintes  $ds$  et de déformations  $de$ , définit le passage de l'état élastique à l'état élasto-plastique, qui se traduit par une diminution de la rigidité une fois le seuil de contraintes est dépassé.

## 2-2 - Critère de rupture

Un critère de rupture est représenté par une fonction de charge, éventuellement écrouissable en déformations. Dans cette étude un critère type Mohr-Coulomb est adopté. Ce critère, indique que la rupture est gouvernée par la relation suivante :  $|t| = f(s)$ . Cette relation peut être écrite sous la forme :

$$F(s) = (s_1 - s_3) - (s_1 + s_3) \cdot \sin(j) - 2 \cdot c \cdot \cos(j) = 0$$

Il s'agit de l'équation d'un plan, son intersection avec l'axe hydrostatique ( $s_1 = s_2 = s_3$ ) au point défini par  $H = -c \cdot \cot j$ . Avec  $s_1 > s_2 > s_3$ ,  $c$  : Cohésion et  $j$  : l'angle de frottement interne. La généralisation de critère de Mohr-Coulomb dans l'espace de contraintes donne une équation d'une pyramide à base hexagonale non uniforme (Surface de rupture) dont l'axe est l'axe hydrostatique. Le critère de Mohr-Coulomb est souvent employé dans la modélisation du comportement du sol due à sa simplicité et vu ces paramètres ont un sens physiques. Par ailleurs le critère possède certains inconvénients comme la singularité au niveau des arrêts de la pyramide.

## 2-3 - Forme alternative pour le calcul numérique.

Pour faciliter l'implémentation numérique, il est très convient de réécrire la fonction de charge en termes des invariants des contraintes alternatifs. Son principal avantage, il permet de coder la fonction de charge et la loi d'écoulement sous une forme plus générale et nécessite seulement de spécifier trois constantes pour chaque critère de rupture. Les contraintes principales  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  sont exprimées en terme des invariants de contraintes sous la forme suivante :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{Bmatrix} = \frac{2(J_2)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{3}} \begin{Bmatrix} \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin\theta \\ \sin\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) \end{Bmatrix} + \frac{I_1}{3} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad \text{Avec } \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \quad \text{et} \quad -\pi/6 < \theta < \pi/6.$$

$I_1$  : le premier invariant de tenseur de contraintes totales,  $J_2$ : le deuxième invariant de tenseur de contraintes déviatoriques,  $\theta$  : est définie par  $\sin(3\theta) = -3\sqrt{3}J_3/2(J_2)^{3/2}$ , il remplace  $J_3$  l'invariant du tenseur déviatorique.

Le critère de rupture Mohr-Coulomb peut être réécrit en terme de  $I_1$ ,  $J_2$  et  $\theta$ . Après remplacement de contraintes principales nous aurons :

$$F(I_1, J_2, \theta) = \frac{1}{3} I_1 \sin \theta + (J_2)^{\frac{1}{2}} \left( \cos \theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta \cos \theta \right) - c \cos \theta = 0$$

Dans le but d'évaluer la matrice constitutive élastoplastique  $\mathbf{D}^{ep}$ , on a besoin d'exprimer le vecteur d'écoulement  $\{\mathbf{a}\}^T$  sous une forme plus souhaitable pour le calcul numérique.

$$\{\mathbf{a}\}^T = \frac{\partial F}{\partial \sigma} = \frac{\partial F}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial \sigma} + \frac{\partial F}{\partial (J_2)^{\frac{1}{2}}} \frac{\partial (J_2)^{\frac{1}{2}}}{\partial \sigma} + \frac{\partial F}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \sigma} \quad \text{Où} \quad \{\sigma\}^T = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}\}.$$

### 3- CONCEPT DES ELEMENTS D'INTERFACE

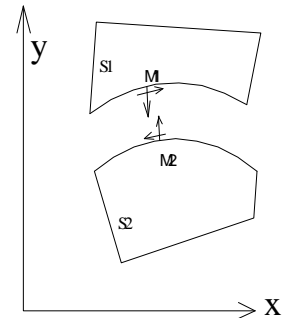
Les éléments d'interface sont introduits pour la première fois par Goodman et al. (1968), pour l'analyse numérique des massifs rocheux. Ils ont vite subi une extension pour l'étude de l'interaction sol structure (Zeinkiewicz et al.(1991) Ghaboussi, et al.(1973) Desai et al. (1984) et d'autres). Pour un cas bidimensionnel, la relation contrainte -déplacement a pour expression :

$$\begin{Bmatrix} \hat{i} S_n \ddot{u} \\ \hat{i} t \ddot{p} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{a} \mathbf{K}_n & 0 \\ \mathbf{K}_s & \hat{e} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{i} \mathbf{V}_r \ddot{u} \\ \hat{i} \mathbf{U}_r \ddot{p} \end{Bmatrix} = [\mathbf{C}] \begin{Bmatrix} \hat{i} \mathbf{V}_r \ddot{u} \\ \hat{i} \mathbf{U}_r \ddot{p} \end{Bmatrix}$$

Avec  $S_n, t$  : les contraintes normales et de cisaillements ;

$\mathbf{K}_n, \mathbf{K}_s$  : les rigidités normale et tangentielle;

$\mathbf{V}_r, \mathbf{U}_r$  : les déplacements relatifs normal et tangentiel.



Dans cette étude, on a utilisé l'élément d'interface type couche mince, c'est un élément à huit noeuds d'épaisseur  $t$ , Desai et al. (1984). L'avantage majeur de cet élément, il peut être introduit dans un code d'éléments finis sans la nécessité d'introduire d'autres fonctions spéciales comme les multiplicateurs de Lagrange ou les fonctions de pénalité. Cet élément est traité comme les autres éléments finis solides, mais avec une matrice constitutive différente :

$$[\mathbf{C}]_i = \begin{bmatrix} \hat{e} \mathbf{C}_{nn} & \mathbf{C}_{nt} \\ \hat{e} \mathbf{C}_{tn} & \mathbf{C}_{tt} \end{bmatrix}$$

Avec :  $\mathbf{C}_{nn}$  ;  $\mathbf{C}_{tt}$  : Les composantes normale et tangentielle

$\mathbf{C}_{nt}$  : Représente l'effet du couplage entre le comportement normal et tangentiel.

La matrice de rigidité élémentaire de l'élément d'interface est donnée :

$$[\mathbf{K}]_i = \int_{\mathcal{V}} [\mathbf{B}]^t \hat{\mathbf{e}} \mathbf{C}^{ep} \hat{\mathbf{e}} [\mathbf{B}] d\mathcal{V}$$

$[\mathbf{B}]$  : Matrice de déformation ;  $\hat{\mathbf{e}} \mathbf{C}^{ep} \hat{\mathbf{e}}$  : Matrice de comportement élastoplastique.

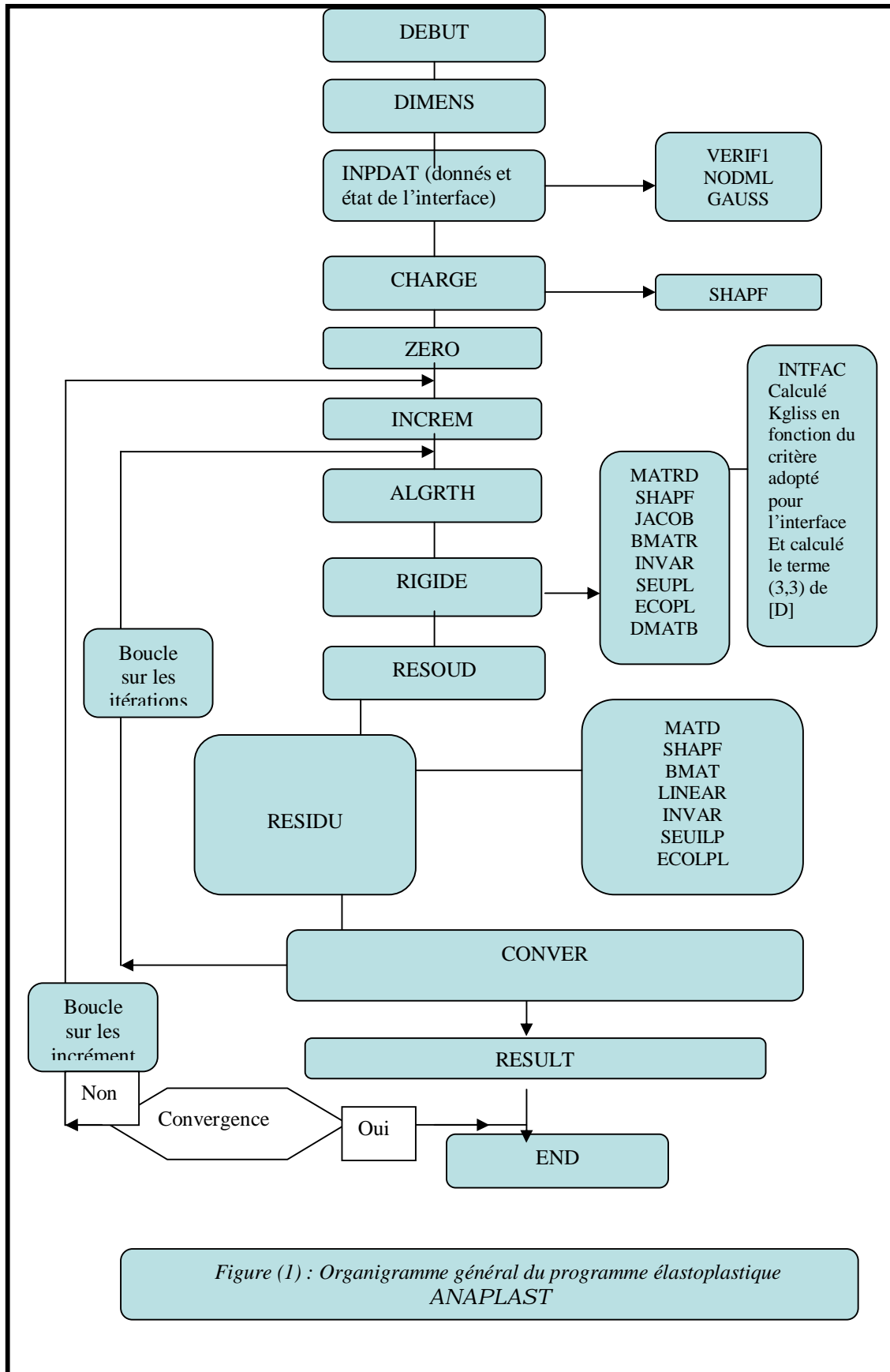


Figure (1) : Organigramme général du programme élastoplastique ANAPLAST

#### 4- APPLICATION

En s'inspirant des résultats expérimentaux en vraie grandeur d'un pieu isolé foré à travers un sol composé de plusieurs couches, réalisé par l'école d'ingénieurs de Sao Carlos de l'université de Sao Paulo au Brésil (Marilza et al., 2001) et numériques obtenus par LCPC (**Code CESAR**), une modélisation numérique du comportement sol-pieux est accomplie à l'aide du code *ANAPLAST*, considérant deux cas, simulation avec et sans éléments d'interface sous chargement axial en traction et en compression.

Comme le pieu étudié est cylindrique de section circulaire et chargé axialement, la modélisation peut être réalisée en axi-symétrie. Pour notre cas, nous avons modélisé les quatre couches du sol et le pieu par des éléments quadratiques à huit nœuds. Les dimensions de la zone de maillage sont choisies de manière à ce que la frontière latérale soit distante de  $60 r_0$  ( $r_0$  est le rayon du pieu). La frontière inférieure est située à une longueur  $1.94 l$  de la pointe du pieu ( $l$  est la longueur du pieu).

✓ **Présente étude** : Nombre de Nœuds : 198 et Nombre d'éléments : 55

✓ **Etude de LCPC** : Nombre de nœuds : 242 et Nombre d'éléments : 70

La loi de comportement adoptée pour les différentes couches du sol est élastoplastique associée, avec un critère de rupture type Mohr-coulomb, un schéma implicite est employé pour intégrer de la loi constitutive. Les paramètres du modèle pour chaque couche du sol adoptés dans cette étude sont regroupés dans le tableau (1)

Tableau (1) : Les paramètres du modèle pour les différentes couches du sol .

Paramètre	Profondeur de prélèvement (m)			
	1 <sup>er</sup> Couche (0 à 6.3)	2 <sup>eme</sup> Couche (6.3 à 8.3)	3 <sup>eme</sup> Couche (8.3 à 11)	4 <sup>eme</sup> Couche (11 à 20.6)
$E(kPa)$	9150	13510	13570	19300
$n$	0.12	0.12	0.07	0.05
$C(kPa)$	13	12	14	17
$j$ (deg rés)	26	23	23	23

Les conditions aux limites sont : Déplacements horizontaux nuls sur la frontière latérale et sur l'axe de symétrie et déplacements verticaux nuls sur la base.

On modélise le comportement du pieu sous les conditions expérimentales réalisées en vraie grandeur pour les deux cas de chargement à savoir la compression et la traction axiales. Les caractéristiques du pieu sont : le diamètre 0.35 m, longueur 7 m, Module de Young  $E = 17.3 \times 10^3$  MPa (traction), et  $E = 29.9 \times 10^3$  MPa (Compression) et le coefficient de Poisson  $n = 0.3$ . La charge axiale est appliquée suivants des incréments variables.

##### a) Etude de comportement du pieu en compression

Les figures (2-a) et (2-b) illustrent la variation de l'effort de compression en tête de pieu en fonction de déplacement vertical pour les deux cas avec et sans élément d'interface.

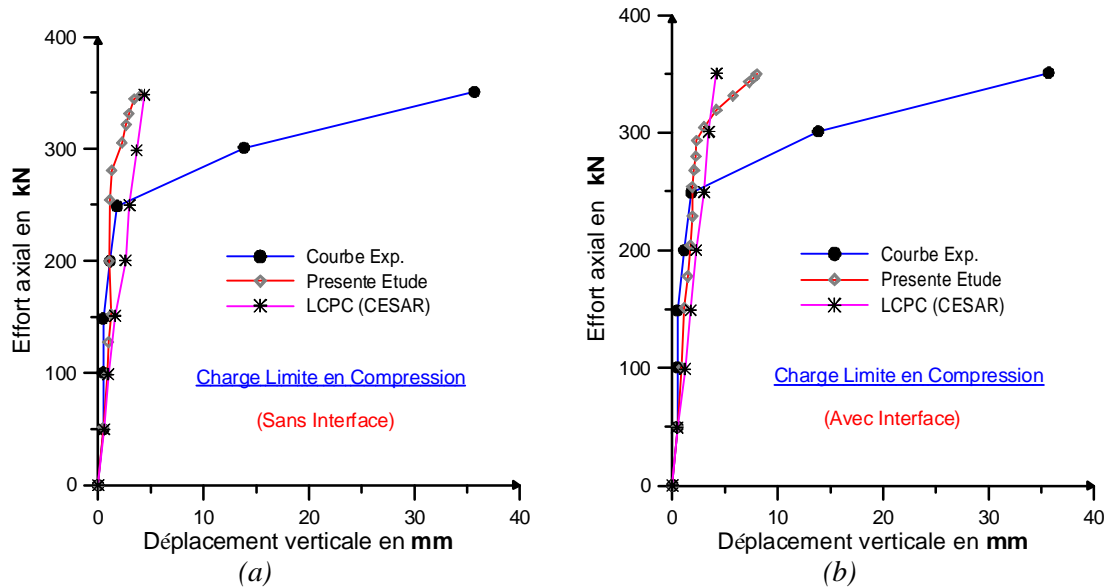


Figure (2) : Effort axial de compression en fonction de déplacement vertical en tête de pieu.

L'examen des courbes effort-déplacement montre que sur la partie linéaire les deux études numériques présentent une bonne corrélation avec les résultats expérimentaux. La charge limite de pieu environ  $P_{lim} = 350$  KN, est prédit correctement cependant cette charge est obtenue à des déplacements très réduits comparé à l'expérience. Pour cette étude la modélisation avec éléments d'interface donne une courbe avec une allure élastoplastique dans la zone post élastique.

Les figures (3-a) et (3-b) montrent les contours de contraintes axiales en compression (sans et avec interface)

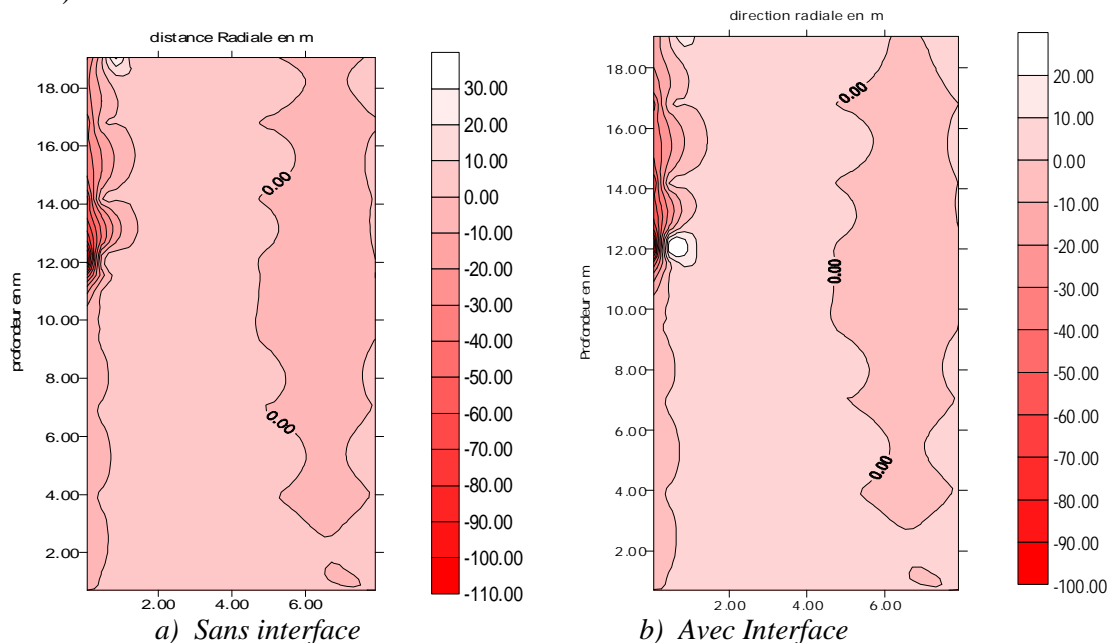


Figure (3) : Contour de contrainte axiale  $S_{zz}$  à 99% de la charge totale de compression.

D'après ces figures, on remarque que la plastification commence pour les deux cas (sans et avec interface) à la pointe du pieu puis s'élargie suivant la longueur de pieu. Par ailleurs les zones plastiques obtenues à la fin de calcul sont assez peu étendues et localisées au voisinage du fût de pieu et qu'une grande partie du massif modélisé reste dans le domaine élastique. On peut aussi constater que l'effet des éléments d'interface est moins apparent sur la distribution des contraintes verticales.

**b) Etude du comportement du pieu en traction.**

Les figures (4-a) et (4-b) présentent la variation de l'effort en tête de pieu en fonction de son déplacement vertical pour les deux cas sans et avec interface. D'après ces figures, notre programme simule bien le comportement du sol même au voisinage de la rupture, ce qui n'est pas le cas pour l'étude publiée par **LCPC** ou le comportement reste linéaire jusqu'à la rupture. L'analyse montre que les courbes charge-déplacement de notre étude avec interface possèdent une allure semblable à celle donnée par l'essai en vraie grandeur, cependant la charge limite est sous estimée ( $P_{lim} = 300$  kN), ceci est dû à notre avis à l'effet marquant du frottement en traction.

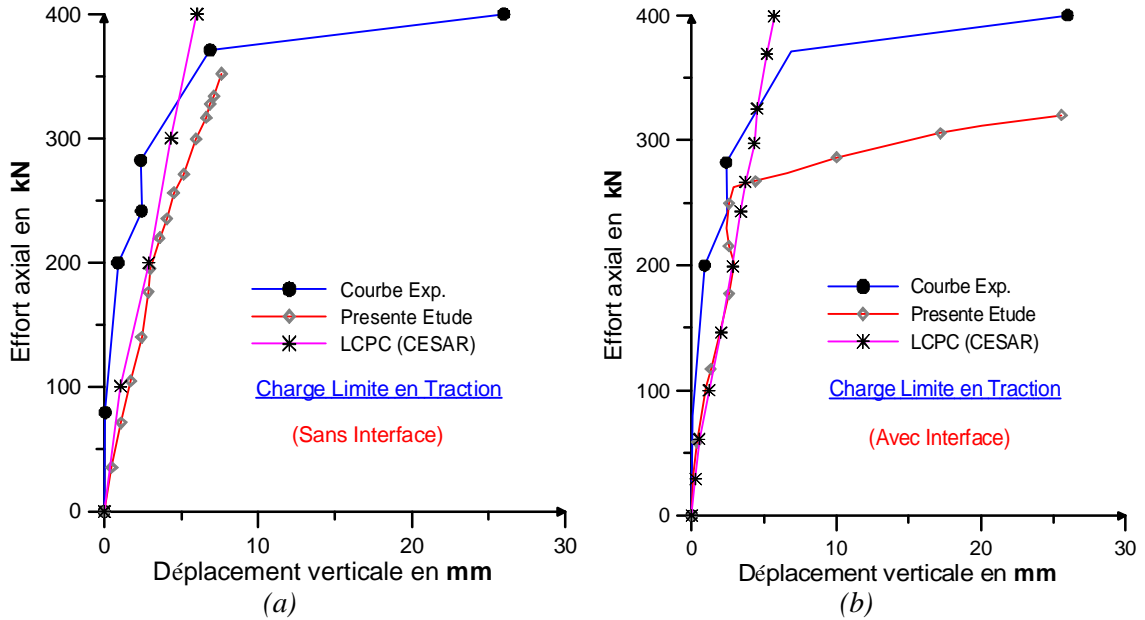


Figure (4) : Effort axial de traction en fonction de déplacement vertical en tête de pieu.

Les figures (5-a) et (5-b) montent les contours de contraintes axiales dans le cas de traction (cas sans et avec interface).

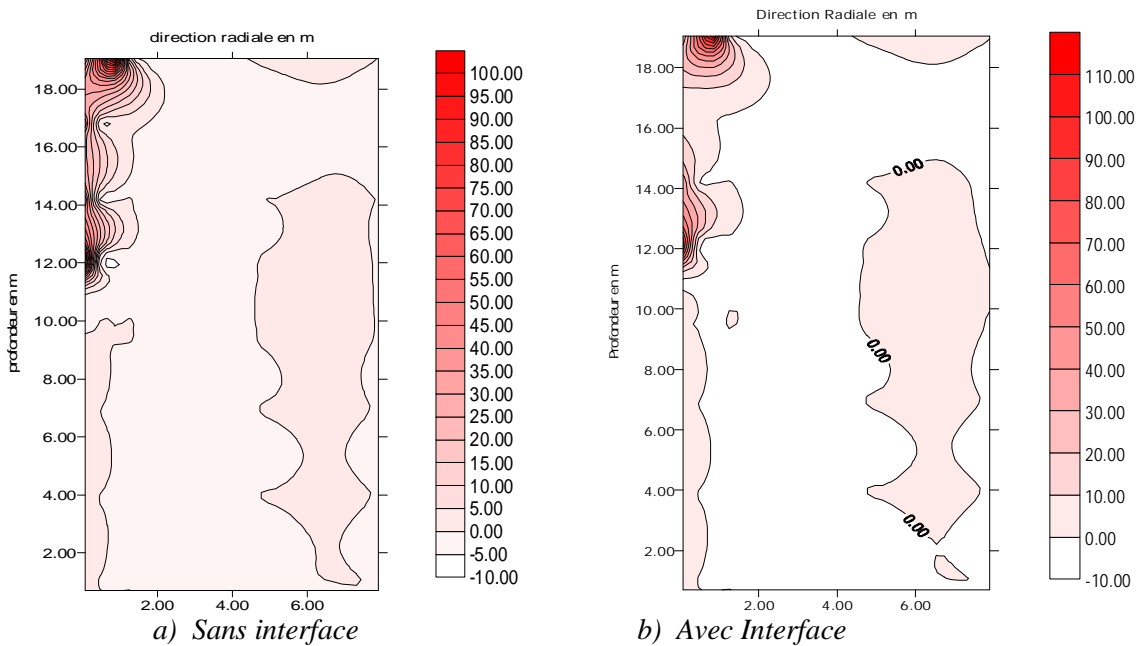


Figure (5) : Contour de contrainte axiale  $s_{zz}$  à 99% de la charge totale de traction.

Les zones plastiques se développent au niveau de pointe et s'élargissent à la surface du sol. De plus, on note que la zone affectée est le long du pieu dans le cas d'une liaison parfaite (sans interface) cependant cette zone est localisée à la tête et à la pointe du pieu dans le cas avec interface. Ceci est dû, à notre avis, que le glissement entre le sol et le pieu est empêché dans le cas d'une liaison parfaite et par conséquent mobilise plus de frottement le long du fût de pieu.

## 5- CONCLUSION

A travers cet étude on a présenté une modélisation du comportement élastoplastique des géomatériaux avec la prise en compte des conditions de contacts entre deux matériaux de rigidités très différentes (béton –sol). On peut conclure que :

- Ø La pente initiale de la courbe charge déplacement dépend essentiellement des propriétés élastiques du sol.
- Ø La charge limite obtenue par notre programme de calcul est comparable aux celle donnée par les résultats expérimentaux et cela pour les différents cas envisagés.
- Ø La rigidité de l'interface n'a pas une influence importante sur le comportement général du sol par contre elle a un effet sur la transmission des efforts entre les deux milieux et sur la distribution des contraintes au niveau de la zone de contact.

Enfin la modélisation numérique du comportement élastoplastique des géomatériaux est très délicate et la convergence du processus itératif est difficile à achever et dépend de la taille de l'incrément et la non linéarité des relations, en recommande pour les futurs travaux de recherche d'opter pour des schémas itératifs à sous-pas automatiques.

## REFERENCES

- DRUCKER "Soil mechanics and Work hardening theories of plasticity" ASCE , Vol, 122, 1957, pp. 338-346.
- DESAI C. S., ZAMAN M.M., LIGHTNER J.G. et SIRIWARDANE "Thin-layer element for interface and joints". Int .Jour for Numerical and analytical Method in Geom. Vol. 8 , 1984 , pp 19-43.
- GENS, A., CAROL I. et ALONSO E. E. " An interface of soil reinforcement interaction" Computers and Geotechnics, 1988, pp133-151.
- GHABOUSSI J., WILSON E.L et ISENBERG J. "finite element for rock joints and interfaces" –journ of soil Mech and Found Division, Vol, 99 , N° SM10, October 1973, pp 833-848.
- GOODMAN R. E., TAYLOR R.L et BREKKE T.L "A model for rock joints and interfaces" journal of the soil Mechanics and foundations Division, Vol , 94 N° SM3, May 1968, pp.637-659.
- MARILZA D. N., MESTAT P., FRANK R., DEGNY E. "Etude du comportement des pieux forés" Bulletin LCPC N° 231 /Mars-Avril 2001- pp 55-67.
- OWEN DRJ. et HINTON.E "finite element in plasticity theory and practices" Pincrijja Press, Swensea, 1980.
- SALENCON J. " théorie de la plasticité pour les applications à la mécanique des sols" Éditions Eyrolles.
- ZEINKIEWICZ O.C. " la méthode des éléments finis appliquée à l'art de l'ingénieur", 1973 Ediscience Paris.
- ZIENKIEWICZ O. C et TAYLOR R.I "The finite element method" , Volume 2, 4eme Edition, MC.Graw-Hill, London, 1991.