

Analyse de la stabilité et des vibrations libres d'une plaque épaisse en matériaux composites sur fondations élastiques

S.AIT YAHIA¹, H.AIT ATMANE^{1,2}, A. MAKHELOUF¹,

¹ Département de génie civil, faculté des sciences et sciences de l'ingénieur, Université Hassiba Benbouali de Chlef, aityahiasiham@yahoo.fr

² Laboratoire des matériaux & Hydrologie, Université Djillali LIABES de Sidi Bel Abbès

Résumé :

L'analyse de la vibration libre et la stabilité des plaques épaisses symétriques et antisymétriques en matériau composite, sur une fondation élastique sont examinés par un nouveau modèle de déplacement, dans ce travail.

La fonction de forme selon l'épaisseur de la plaque, représente la distribution des contraintes de cisaillement transversal qui sont nuls à la surface supérieure et inférieure de la plaque.

Dans l'analyse, La fondation est modélisée comme un système de ressort à deux paramètres Winkler et Pasternak.

L'équation de mouvement pour des plaques épaisses stratifiées reposant sur une fondation élastique et soumise aux charges en plan, est obtenue par le principe d'Hamilton.

Les solutions sont obtenues, en utilisant la technique de Navier et ensuite les charges du flambement et les fréquences fondamentales sont trouvées, en résolvant un système d'équation des valeurs propres.

Les résultats numériques obtenus, par la présente analyse pour la vibration libre et la stabilité des plaques stratifiées sur la fondation élastique ; sont présentées et comparées avec ceux disponibles dans la littérature.

Mots clé : la fondation élastique, stratifiées, contraintes du cisaillement, la stabilité, la vibration libre.

1. Introduction

Les matériaux composites avancés tels que les plaques stratifiées et les coques ont été utilisés dans différentes applications d'ingénierie ces dernières années, grâce à leurs avantages dans les propriétés; cela a attiré beaucoup de scientifiques.

Les chercheurs essaient de concevoir des matériaux composites stratifiés épais plus économiques.

Les déformations du cisaillement transversal sont l'un des intérêts principaux des plaques stratifiées épaisses composites. Il existe plusieurs théories des plaques stratifiées, qui incluent des contraintes de cisaillement transversales; une des théories bien connues est le modèle de Reissner [1], qui est connue comme la théorie des ordres première de déformation de cisaillement (FSDT) et prend le champ de déplacement comme variations linéaires au plan moyen.

Beaucoup de théories des plaques d'ordre élevé, ont été développées pour évaluer les déformations de cisaillement transversal des plaques stratifiées [2-5].une de ces théories, [6] a prouvé une théorie simple d'ordre supérieur.

Il y a eu un nombre considérable d'études; sur les plaques reposant sur des fondations élastique; dans certaines des analyses, un paramètre simple k_0 est utilisé pour décrire le comportement de fondation [10,11].dans cette méthode il est supposé qu'il y a une proportionnalité d'interaction entre la contrainte et la déformation du point appliqué dans la fondation.

Cette fondation est modélisée aux ressorts verticaux discrets et ne prend pas en compte les déformations de cisaillement transversal dans la fondation (modèle linéaire Winkler).

Certains chercheurs ont modélisé la fondation à deux paramètres différents; un de ces modèles est le modèle type Pasternak. Ce deuxième paramètre (modèle de Pasternak) prend en compte l'effet de l'interaction entre les points de cisaillement dans la fondation [12-16]. Si le second paramètre est nul, la fondation Pasternak est réduite au type Winkler.

L'objectif de ce travail est d'analyser un nouveau modèle de déplacement pour des plaques stratifiées composites sur fondation élastique. Les solutions analytiques pour la stabilité et la vibration libre des stratifiés symétrique et antisymétrique sont présentés en utilisant la présente théorie. L'utilisation du principe d'Hamilton tire les équations gouvernantes. Les fréquences fondamentales sont trouvées en résolvant des équations aux valeurs propres.

Les résultats obtenus avec la méthode actuelle ont été comparés avec les solutions trouvés dans d'autres modèles de la littérature, pour être dans le bon accord.

2. Equations constitutives et la fonction de cisaillement transversal

Considérons une plaque rectangulaire stratifiée, qui est composé de N couches élastique orthotrope, de longueur a , la largeur b , et d'épaisseur uniforme total h .

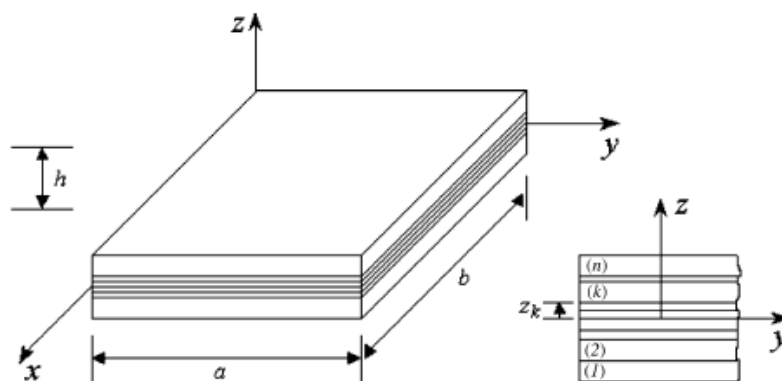


Figure. 1: Description de la plaque stratifiée.

Le système de coordonnées (x, y, z) , est choisi et placé au milieu de la plaque, Les équations constitutives de $k^{\text{ième}}$ couche de la plaque stratifiée peut être exprimée comme suit :

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{s}_x \\ \mathbf{s}_y \\ \mathbf{t}_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{e}_x \\ \mathbf{e}_y \\ \mathbf{g}_{xy} \end{Bmatrix} \text{ et } \begin{Bmatrix} \mathbf{t}_{yz} \\ \mathbf{t}_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{44} & 0 \\ 0 & Q_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{g}_{yz} \\ \mathbf{g}_{zx} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

Où $(\mathbf{s}_x, \mathbf{s}_y, \mathbf{t}_{xy}, \mathbf{t}_{yz}, \mathbf{t}_{zx})$ sont les contraintes et $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{g}_{xy}, \mathbf{g}_{yz}, \mathbf{g}_{zx})$ les composants de déformations dans le repère global ;et Q_{ij} sont les constantes de transformées matériel.

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - n_{12}n_{21}}, \quad Q_{22} = \frac{E_2}{1 - n_{12}n_{21}}, \quad Q_{12} = \frac{n_{21} E_1}{1 - n_{12}n_{21}},$$

$$Q_{44} = G_{23}, \quad Q_{55} = G_{13}, \quad Q_{66} = G_{12}.$$

Les constantes $E_1 = E_x$ et $E_2 = E_y$ sont les modules de Young dans les directions respectivement principales x_1 et x_2 , v_{12} et v_{21} sont les coefficients de Poisson; G_{12} , G_{23} et G_{13} sont les modules de cisaillement suivant les plans.

Sur la base de la théorie des plaques épaisses, le champ de déplacement supposé peut être exprimés dans unifiée formulaire comme suit:

$$\begin{aligned} u &= u_0(x, y) - z w_{,x} + f(z) q_x \\ v &= v_0(x, y) - z w_{,y} + f(z) q_y \\ w &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (2)$$

Où u, v, w sont les déplacements dans les directions x, y, z ; u_0, v_0 et w_0 sont les déplacement au plan moyen, q_x et q_y sont les rotations des normales au plan moyen par rapport aux axes y et x , respectivement, $f(z)$ est la fonction de cisaillement transversal.

$(\cdot)_{,x}$ et $(\cdot)_{,y}$ sont les dérive partielles par rapport à x et y , respectivement. La fonction de forme, $f(z)$ est choisie comme suit:

$$f(z) = \frac{3}{13} \left(\frac{1}{2} \cdot z \cdot \cos \cdot \left(\frac{2p \cdot z}{h} + 1 \right) + \frac{10}{13} \cdot z \cdot \left(1 - \frac{16z^4}{5h^4} \right) \right) \quad (3)$$

La fonction proposée, permet de satisfaire le cisaillement transversal nul à la surface supérieure et inférieure de la plaque. La distribution à ordre élevé des contraintes du cisaillement transversal à travers l'épaisseur de la plaque est prise en compte dans cette analyse, par les moyens de la fonction (2) du champ de déplacement supposé.

Les composantes normales et déformations transversale sont comme suit :

$$\begin{aligned} e_{xx} &= u_{0,x} - z w_{,xx} + f(z) q_{x,x} \\ e_{yy} &= v_{0,x} - z w_{,yy} + f(z) q_{y,y} \\ g_{xy} &= u_{0,y} + v_{0,x} - 2z w_{,xy} + f(z) (q_{x,y} + q_{y,x}) \end{aligned} \quad (4)$$

$$g_{yz} = f'(z) q_y$$

$$g_{zx} = f'(z) q_x$$

$$\text{Où } f'(z) = \frac{df(z)}{dz} \quad (5)$$

3. Équations gouvernantes

En utilisant le principe d'énergie de Hamilton ; l'équation de mouvement pour une plaque stratifiée composite s'écrit comme suit:

$$d \int_{t_1}^{t_2} (U + U_F - K - W) dt = 0 \quad (6)$$

Où U est l'énergie de déformation et K est l'énergie cinétique de la plaque, U_F est l'énergie de déformation de la fondation et W est le travail des forces externes.

Employant le minimum du principe d'énergie totale, qui conduit à une équation générale du mouvement et aux conditions limites.

Prenant la variation de l'équation ci-dessus et en intégration par parties:

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_V [s_{,xx} de_{xx} + s_{,yy} de_{yy} + t_{,xy} dg_{xy} + t_{,yz} dg_{yz} + t_{,zx} dg_{zx} - r(u + v + w)] dv + \int_A [f_e dw + \bar{N}_x w_{,xx} dv + \bar{N}_y w_{,yy} dw] dA dt = 0 \quad (7)$$

f_e : est la densité de force de réaction de la fondation. Si la fondation est modélisée comme une fondation linéaire Winkler, le coefficient k_1 de L'équation (8) est égal à zéro.

$$f_e = k_0 w - k_1 \nabla^2 w. \quad (8)$$

En utilisant les équations (4), l'équation (7) prend la forme suivante:

$$\begin{aligned} & \int_{t_1}^{t_2} \int_A \left\{ du N_{,xx} + dv N_{,yy} + du N_{,xy,y} + dv N_{,xy,x} + dw M_{,x,xx} + dw M_{,y,yy} + 2 dw M_{,xy,xy} \right. \\ & + dq_x P_{,x,x} + dq_y P_{,y,y} + dq_x P_{,xy,y} + dq_y P_{,xy,x} + dq_y (-R_y) + dq_x (-R_x) \left. \right\} dA \\ & + \int_A f_e dw dA - \int_A \left\{ du (I_1 u_{,xx} - I_2 v_{,xx} + I_4 \phi_x) + dv (I_1 v_{,xx} - I_2 u_{,xx} + I_4 \phi_y) \right. \\ & + dw (I_1 u_{,xx} + I_2 v_{,xx} - I_3 w_{,xx} + I_5 \phi_{,xx} + I_2 v_{,xy} - I_3 w_{,yy} + I_5 \phi_{,yy}) + dq_x (I_4 \phi_x - I_5 \phi_{,x} + I_6 \phi_x) \\ & \left. + dq_y (I_4 \phi_y - I_5 \phi_{,y} + I_6 \phi_y) \right\} - \int_A \{ N_x w_{,xx} + N_y w_{,yy} \} dw dA \left. \right\} dt = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

Où les contraintes et les moments résultants sont définis comme suit:

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \\ P \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ij} & B_{ij} & C_{ij} \\ B_{ij} & D_{ij} & E_{ij} \\ C_{ij} & E_{ij} & G_{ij} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} e \\ k \\ k_q \end{Bmatrix} \quad (i, j = 1, 2, 6), \quad \{R\} = [F_{ij}] \{q\} \quad (i, j = 4, 5) \quad (10)$$

Dans laquelle:

$$e = \begin{Bmatrix} u_{0,x} \\ v_{0,y} \\ u_{0,y} + v_{0,x} \end{Bmatrix}, \quad k = - \begin{Bmatrix} w_{,xx} \\ w_{,yy} \\ 2w_{,xy} \end{Bmatrix}, \quad k_q = \begin{Bmatrix} q_{x,x} \\ q_{y,y} \\ q_{x,y} + q_{y,x} \end{Bmatrix}, \quad q = \begin{Bmatrix} q_x \\ q_y \end{Bmatrix} \quad (11)$$

4. Solution de Navier et problème aux valeurs propres d'une plaque sur appuis simple

Les conditions aux limites sur les bords de la plaque simplement appuyée peuvent être obtenues en tant que:

$$\begin{aligned} N_x = v = w = M_x = P_x = q_y = 0 \quad \text{pour} \quad x = 0, a \\ N_y = u = w = M_y = P_y = q_x = 0 \quad \text{pour} \quad y = 0, b \end{aligned} \quad (12)$$

Pour la solution analytique des équations (13), la méthode de Navier est utilisée dans des conditions limites spécifiées. Le déplacement des fonctions qui satisfont les conditions aux limites (12) sont choisies comme la série suivante de Fourier:

$$\begin{aligned}
 u(x, y) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \cos \frac{mp x}{a} \sin \frac{np y}{b} e^{iwt} \\
 v(x, y) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B_{mn} \sin \frac{mp x}{a} \cos \frac{np y}{b} e^{iwt} \\
 w(x, y) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn} \sin \frac{mp x}{a} \sin \frac{np y}{b} e^{iwt} \\
 q_x &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} T_{xmn} \cos \frac{mp x}{a} \sin \frac{np y}{b} e^{iwt} \\
 q_y &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} T_{ymn} \sin \frac{mp x}{a} \cos \frac{np y}{b} e^{iwt}
 \end{aligned} \tag{13}$$

Ou $A_{mn}, B_{mn}, C_{mn}, T_{xmn}, T_{ymn}$ sont des paramètres arbitraires à déterminer, et W est la fréquence propre ou le facteur de charge de flambement associée à $(m, n)^{i\text{ème}}$ mode propre.

Quelques composants de rigidité de la plaque sont :

$$\begin{aligned}
 A_{16} = A_{26} = F_{45} = 0, \quad D_{16} = D_{26} = 0, \quad E_{16} = E_{26} = 0, \quad G_{16} = G_{26} = 0 \\
 B_{ij} = C_{ij} = 0, \quad i, j = 1, 2, 6
 \end{aligned} \tag{14}$$

Pour une plaque symétriquement stratifiés à plis croisés composites :

$$\begin{aligned}
 A_{16} = A_{26} = F_{45} = 0, \quad D_{16} = D_{26} = 0, \quad E_{16} = E_{26} = 0, \quad G_{16} = G_{26} = 0 \\
 B_{12} = B_{16} = B_{26} = B_{66} = 0, \quad C_{12} = C_{16} = C_{26} = C_{66} = 0
 \end{aligned} \tag{15}$$

$$A_{11} = A_{22}, \quad B_{11} = -B_{22}, \quad C_{11} = -C_{22}$$

Pour une plaque antisymétrique stratifiée à plis croisés composites.

Nous obtenons, après remplacements, les équations aux valeurs propres ci-dessous pour toute valeur fixe de m et n , pour le :

$$1) \text{ problème de vibration libre : } ([K] - w^2[M])\{\Delta\} = \{0\} \tag{16}$$

$$2) \text{ le problème de flambement : } ([K] - w[N])\{\Delta\} = \{0\} \tag{17}$$

Pour les solutions non-triviales, le déterminant des équations (18) et (19), doit être égal à zéro:

$$|[K] - w^2[M]| = 0 \tag{18}$$

$$|[K] - w[N]| = 0 \tag{19}$$

Les fréquences naturelles de la plaque et les charges de flambements sont données ci-dessous.

5. Exemples numériques et comparaisons

Dans cette étude, l'analyse des vibrations libres et le flambement, pour les plaques stratifiées symétrique et antisymétrique composites sur fondation élastique par la nouvelle théorie de déformation de cisaillement des plaques stratifiées, est proposée pour la recherche.

Les solutions de Navier, pour les vibrations libres et analyse du flambage des plaques stratifiées composites, sont présentées en résolvant les équations aux valeurs propres.

Afin de vérifier l'exactitude de la présente analyse, quelques exemples numériques sont résolus. Il est supposé que l'épaisseur et les propriétés des matériaux pour tous les stratifiés sont les mêmes. Dans l'analyse, les propriétés élastiques du stratifié sont supposées être:

$$\frac{E_1}{E_2} = 40, \quad \frac{G_{12}}{E_2} = \frac{G_{13}}{E_2} = 0.6, \quad \frac{G_{23}}{E_2} = 0.5, \quad n_{12} = n_{13} = 0.25.$$

Les relations suivantes sont utilisées pour la présentation de la fréquence fondamentale, la charge de flambement, les paramètres de fondation de Winkler et Pasternak sans dimension:

$$v = w \cdot \frac{a^2}{h} \sqrt{\frac{r}{E_2}}, \quad l = \overline{N}x \cdot \frac{a^2}{E_2 H^3}, \quad k_0 = \frac{K_0 L^4}{E_2 h^3}, \quad k_1 = \frac{K_1 L^2}{E_2 H^3}.$$

6. Validation des résultats

6.1 Vibrations libres

Les fréquences fondamentales du système, sont calculées par l'équation de la vibration libre (18) comme problème de valeurs propres.

Le tableau 1, représente les fréquences fondamentales sans dimension, des plaques stratifiées symétrique et antisymétrique simplement appuyée pour différents rapports d'orthotropes. En comparaison avec différentes théories de déformation de cisaillement.

Tableau 1 : Les fréquences fondamentales $v = w \frac{a^2}{h} \sqrt{\frac{r}{E_2}}$ sans dimension d'une plaque carrée

Degré d'orthotrope	E1/E2 (a/h=5) K ₁ =0; k ₀ =0					
	Théories	3	10	20	30	40
(0/90) ₁	Akavci[7]	6.218111481	6.993942909	7.832701708	8.523453748	9.112452343
	Aydogdu[15]	6.222390589	7.006583706	7.858420558	8.562954541	9.166098921
	HSDT ^a [6]	6.2169	6.9887	7.8210	8.5050	9.0871
	présent	6.220550786	7.001943222	7.849369728	8.549178782	9.147387961
(0/90) ₂	Akavci[7]	6.500921091	8.193271712	9.621578240	10.52822974	11.16424794
	Aydogdu[15]	6.503428219	8.193907037	9.620081929	10.52611678	11.16282898
	HSDT ^a [6]	6.5008	8.1954	9.6265	10.534	11.171
	présent	6.501889590	8.191232541	9.615337714	10.51881734	11.15262681
(0/90) ₃	Akavci[7]	6.556240474	8.405789823	9.919519985	10.85776999	11.50647980
	Aydogdu[15]	6.559551579	8.412161994	9.931256763	10.87579491	11.53140231
	HSDT ^a [6]	6.5552	8.4041	9.9175	10.854	11.500
	présent	6.558064391	8.409884079	9.927420509	10.86986110	11.52297831

On voit sur les figures 2 (a) et (b), que l'augmentation du degré d'orthotrope produit une augmentation des valeurs de fréquence fondamentale.

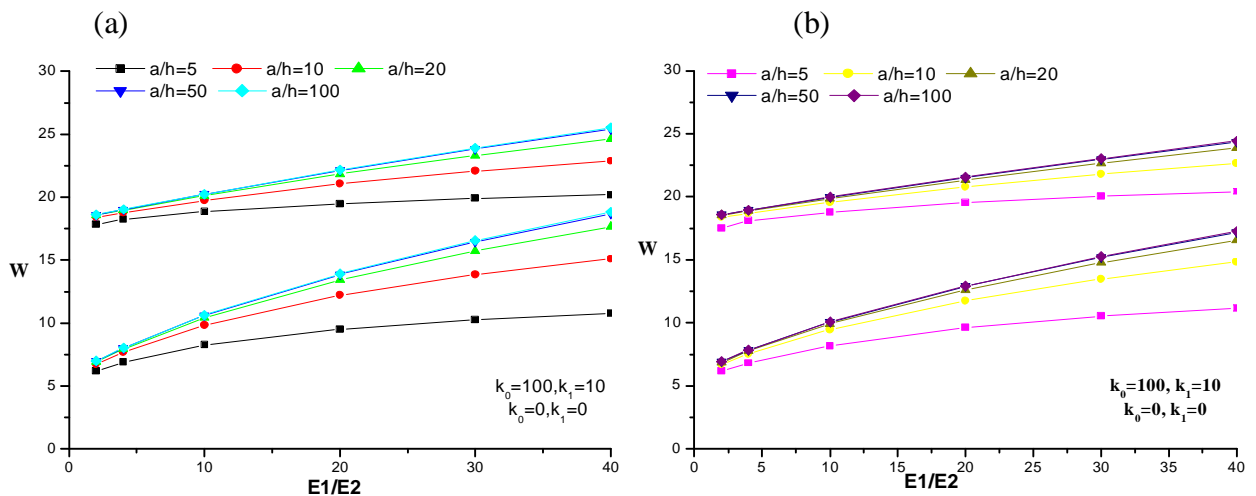


Figure 2 : Effet de a/h sur les fréquences fondamentales sans dimension d'une plaque stratifiée sur appuis élastique (a) (0°/90°/90°/0°) et (b) (0°/90°/0°/90°).

Les figures 3 (a) et (b), montrent l'effet de la rigidité de fondation sur la vibration des plaques épaisses stratifiées

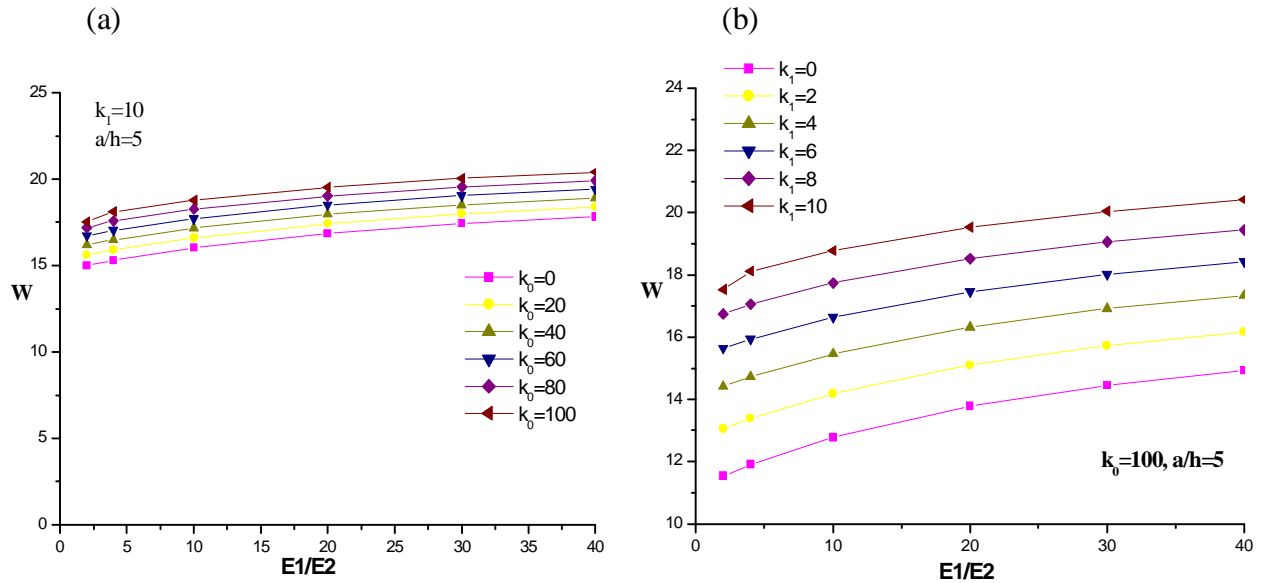


Figure 3: Effet de a/h sur les fréquences fondamentales sans dimension d'une plaque stratifiée ($0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ$) sur appuis élastique (a) $k_1=10$ et (b) $k_0=100$.

Les figures montrent que, les fréquences des stratifiés augmentent lorsque les paramètres de la fondation augmentent.

Tableau 2 : Les fréquences fondamentales $\nu = w \frac{d^2}{h} \sqrt{\frac{r}{E_2}}$ sans dimension d'une plaque carrée symétrique avec variables rapports d'orthotropes.

K0, k1	Théories	a / h			
		5	10	20	50
0,0	Touratier [8]	10.27389321	14.70195278	17.48164646	18.64039281
	Akavci [7]	10.26939382	14.70114047	17.48166363	18.64041803
	Présent	10.27591557	14.70244623	17.48166131	18.64038250
100,0	Touratier [8]	14.25192493	17.75255992	20.13115257	21.15184417
	Akavci [7]	14.24872112	17.75188631	20.13116694	21.15186636
	Présent	14.25341878	17.75298346	20.13116732	21.15183514
100,10	Touratier [8]	19.88458424	22.59590225	24.53517581	25.39028940
	Akavci [7]	19.88230723	22.59537114	24.53518673	25.39030785
	Présent	19.88580799	22.59625934	24.53519090	25.39028198

Le tableau 2 : comparaison entre, la méthode actuelle et les autres théories de déformation du cisaillement d'ordre élevé, pour les fréquences fondamentales sans dimension d'un stratifié symétrique ($0^\circ/90^\circ/0^\circ$) sur fondation élastique ; avec différents valeurs de a/h .

6-2 Analyse de la stabilité

Les facteurs de charge de flambement du système ; sont calculés par l'équation de la stabilité (19) comme un problème de valeurs propres.

Les différents facteurs des charges de flambage pour les plaques stratifiées symétrique et antisymétrique à plis croisé sont présentés ici pour évaluer, l'exactitude de la nouvelle théorie de déformation du cisaillement.

Dans le **tableau 3**, les facteurs des charges du flambement sans dimension d'une plaque stratifiée symétrique (0°/90°/90°/0°) sont indiqués par rapport aux différentes théories de déformation de cisaillement pour différents degré d'orthotrope.

Tableau 3 : Les facteurs des charges du flambement uniaxial $I = \bar{N}_x \frac{a^2}{E_2 h^3}$ sans dimension

d'une plaque stratifiées symétrique (0°/90°/90°/0°) avec (a/h = 10).

Théories	E1/E2				k ₀ =0; k ₁ =0
	3	10	20	30	
Aydogdu[15]	5.394576165	9.948027328	15.32205293	19.71735659	23.40266418
Akavci [7]	5.393276941	9.941176074	15.30153994	19.68067897	23.34956133
HSDT ^b [17]	5.1143	9.7740	15.298	19.957	23.340
Présent	5.393984426	9.945454242	15.31437032	19.70305117	23.38092282

Tableau 4 : Les facteurs de charge de flambage uniaxial $I = \bar{N}_x \frac{a^2}{E_2 h^3}$ sans dimension de deux plaques antisymétriques carrés.

K0, k1	Théories	(0°/90°) uni axial a/h = 10		
		E1/E2=20	E1/E2=30	E1/E2=40
0,0	Aydogdu [15]	8.138535360	9.911118265	11.62615051
	setoodeh [13]	8.0455	9.6995	11.2382
	Akavci [7]	8.122317145	9.882606020	11.58282092
	Présent	8.132976161	9.901522441	11.61168396
100, 0	Aydogdu [15]	15.61507139	18.42485036	20.98541573
	Setoodeh [13]	15.3245	17.5249	19.3401
	Akavci [7]	15.53536499 ²	18.28622939 ²	20.78001000 ²
	Présent	15.58726832	18.37677424	20.91400855
100,10	Aydogdu [15]	28.11507142	30.92485034	33.48541576
	Setoodeh [13]	27.5347	29.7616	31.5981
	Akavci [7]	28.03536501	30.78622937	33.28000996
	Présent	28.08726827	30.87677427	33.41400850

Les tableaux 3 et 4 : les résultats de la théorie actuelle sont également en bon accord avec d'autres théories de déformation de cisaillement, dans la présence de la fondation élastique.

On remarque sur la figure, que la fondation élastique a un effet significatif sur la charge de flambage de la plaque. Pour différents degrés d'orthotrope.

L'effet de la rigidité de la fondation et le rapport d'orthotrope sur le flambage des plaques épaisses stratifiées est montré dans les figures 5a et b.

On voit selon les figures, que l'augmentation des valeurs de la rigidité de la fondation et du rapport d'orthotropie, augmente la charge de flambage de la plaque.

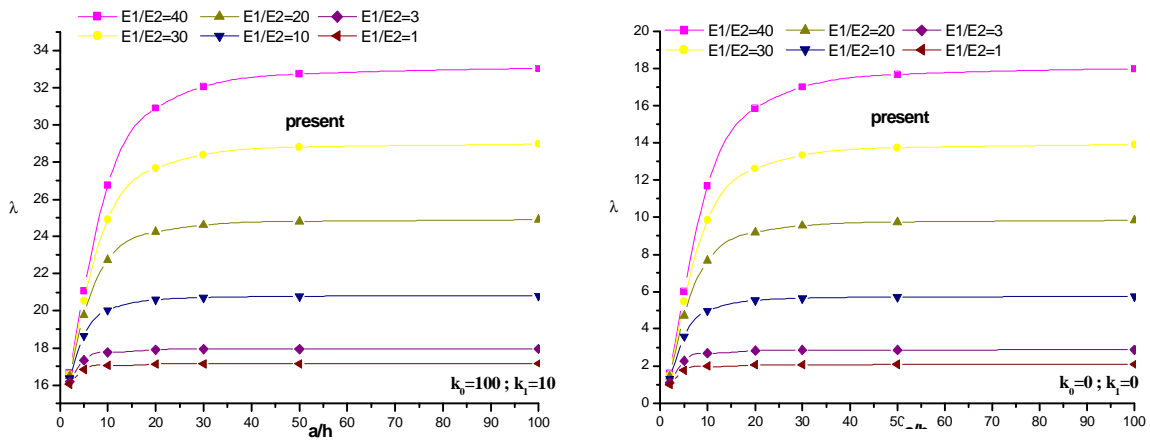


Figure 4 : L'effet de a/h sur le flambement biaxial $I = \bar{N}_x \cdot \frac{a^2}{E_2 \cdot h^3}$ critique sans dimension d'une plaque carrée symétrique ($0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ$).

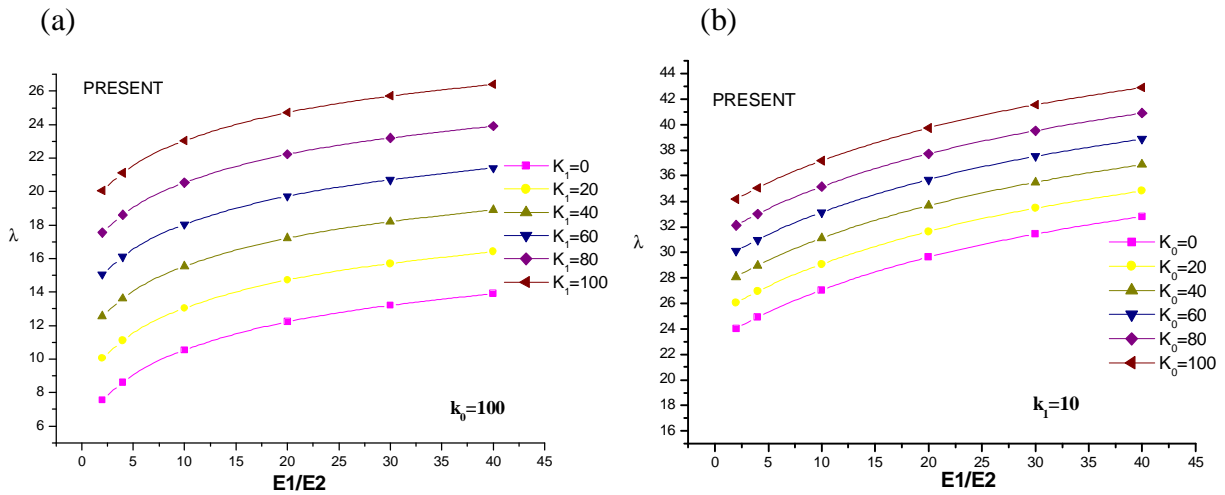


Figure 5 : L'effet de a/h sur le flambement uniaxial $I = \bar{N}_x \cdot \frac{a^2}{E_2 \cdot h^3}$ critique sans dimension d'une plaque carrée antisymétrique ($0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ$) et $a/h=5$.

7-Conclusion

Dans l'étude présente, les solutions de la vibration libre et flambement des plaques orthotrope stratifiées, sont développées en supposant que les déplacements de cisaillement transversal sont variables dans l'épaisseur de la plaque.

Pour les plaques rectangulaires stratifiées symétrique et antisymétriques à plis croisés, les équations d'équilibre et les conditions associées de frontière sont obtenues en utilisant le principe d'Hamilton. La méthode de Navier est utilisée pour les solutions analytiques avec conditions de frontière sur appuis simple. Alors les facteurs de charge du flambement et les fréquences fondamentales sont trouvés en résolvant le problème des valeurs propres, pour vérifier l'exactitude de la théorie présente. La charge de flambement, et les résultats d'analyse de vibration libre sont comparés avec différentes théories d'ordre élevé ; et trouvés pour être dans le bon accord. On peut constater d'après les figures que la présence de la fondation augmente la charge du flambement et les fréquences de stratifiés.

Il est conclu, à travers les exemples numériques, que la théorie présente de déformation de cisaillement peut fournir des résultats précis, pour les fréquences fondamentales et des charges de flambement pour les plaques symétrique et antisymétrique stratifiées composites sur une fondation élastique.

Références bibliographique

- [1] Reissner, E. (1945). The Effect of Transverse Shear Deformation on the Bending of Elastic Plates, *J. Appl. Mech.*, 12: 69–77.
- [2] Levy, M. (1877). Mémoire sur la Théorie des Plaques Elastiques Planes, *J. Math. pures et Appl.*, 3: 219–306.
- [3] Akhavan, H., Hosseini Hashemi, Sh., Rokni Damavandi Taher, H., Alibeigloo, A., Vahabi, Sh. (2009): Exact solutions for rectangular Mindlin plates under in-plane loads resting on Pasternak elastic foundation. Part I: Buckling analysis. Part II: Frequency analysis. *Comput. Mater. Sci.* 44, 951–961
- [4] Nguyen. (2004) Viet.Tung. Nguyen. « Modélisation globale et locale des structures multicouches par éléments finis de plaques ». Thèse de doctorat de l'école nationale des ponts et chaussées .
- [5] Nelson, R. B. and Lorch, D. R. (1974). A Refined Theory of Laminated Orthotropic Plates, *J. Appl. Mech.*, 41: 177–183.
- [6] Reddy, J. N. (1984). A Simple Higher Order Theory for Laminated Composite Plates, *J. Appl. Mech.*, 51:745–752.
- [7] Akavci, S.S .(2009). Buckling and Free Vibration Analysis of Symmetric and Antisymmetric Laminated Composite Plates on an Elastic Foundation, *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 2007.
- [8] Touratier, M. (1991). An efficient standard plate theory. *Engng Sci*, vol. 29, no. 8, pages 901-916.
- [9] Aydogdu, M.(2005).Vibration analysis of cross-ply laminated beams with general boundary conditions by Ritz method, *International Journal of Mechanical Sciences* ., 47 : 1740–1755.
- [10] Utku, M., Citipitioglu, E., and Inceleme, I. (2000). Circular Plates on Elastic Foundations Modelled with Annular Plates, *Computers and Structures*, 78: 365–374.
- [11] El-Zafrany, A., Fadhil, S. and Al-Hosani, K. (1995). A New Fundamental Solution for Boundary Element Analysis of Thick Plates on Winkler Foundation, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 38: 887–903.
- [12] Omurtag, M. H. and Kadioglu, F. (1998). Free Vibration Analysis of Orthotropic Plates Resting on Pasternak Foundation by Mixed Finite Element Formulation, *Computers and Structures*, 67: 253–265.
- [13] Setoodeh, A. R. and Karami, G. (2004). Static, Free Vibration and Buckling Analysis of Anisotropic Thick Laminated Composite Plates on Distributed and Point Elastic Supports using a 3-D Layer-wise FEM, *Engineering Structures*, 26: 211–220.
- [14] Ait atmane, H.and Mechab,I .(2010). Free vibration analysis of functionally graded plates resting on Winkler–Pasternak elastic foundations using a new shear deformation theory
- [15] Aydogdu, M.(2009). A new shear deformation theory for laminated composite plates. *Composite Structures* 89 ,94–101.
- [16] Hui-Shen, S., Zheng, J. J. and Huang, X.L. (2003). Dynamic Response of Shear Deformable Laminated Plates under Thermomechanical Loading and Resting on Elastic Foundations, *Composite Structures*, 60: 57–66.
- [17] Phan, N. D. and Reddy, J. N. (1985). Analysis of Laminated Composite Plates using a Higher-order Shear Deformation Theory, *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, 21: 2201–2219.