

IMPACT DES MATERIAUX COMPOSITES –FRP- POUR LA REHABILITATION DES STRUCTURES HYBRIDES : IMPACT THERMIQUE

Bachir Kerboua^{1,*}, F. Metalsi¹, A. Bourdim¹, M. Kotbi¹, E.Adda bedia²

¹ *Laboratoire Eau et Ouvrage dans leur Environnement, Université Tlemcen, BP 230, Faculté de Technologie, 13000, Tlemcen, Algérie.*

² *Laboratoire Matériaux et Hydrologie, Université Sidi Bel Abbès, BP 89, Cité Ben M'hidi, 22000, Sidi Bel Abbès, Algérie, kerbouac@yahoo.fr / tel: 00(213)552276261/ fax: 00(213)43285685*

Résumé :

Parmi les nouvelles techniques de construction, on trouve la réhabilitation et le renforcement des structures métalliques et non métalliques au moyen des matériaux composites en fibres FRP. Cette technique consiste au renforcement par collage externe des composites en fibres (verre, carbone, kevlar, etc....) qui contribuent au renforcement et à la réparation rapide et efficace des structures endommagées, elle peut aussi rendre aux éléments de la structure leur résistance, leur rigidité et leur capacité portante. Le présent travail présente une approche originale relative au comportement de structures renforcées par des plaques en composites et soumises à des chargements différents, en particulier les modes de chargement mécaniques et thermiques. Les résultats obtenus montrent leur conformité avec les travaux de la littérature et confirment que le collage des composites FRP sur des structures hybrides donne une augmentation de la charge ultime, de l'énergie absorbée et une meilleure résistance à la dégradation de la structure.

Mots clés: renforcement, matériaux composites, fibres de carbone, effet thermique, dégradation des structures.

1. Introduction

La technique des fibres en composites (RFP) a été bien utilisée pour le renforcement et la réparation des structures, et comme remplacement de l'ancienne technique de renforcement par plaques en aciers dont le poids est important, chose qui intéresse de plus en plus les chercheurs actuellement. Dans les structures, l'interface entre les éléments adhérents constitue le point le plus sensible pour toutes sollicitations extérieures. Dans le but de faire face à ce problème, il faut connaître la distribution des contraintes au niveau du joint adhésif qui constitue cette l'interface. Dans cette zone de renforcement, les structures et les composites constituent un champ de concentration de contraintes, notamment, à l'extrémité de la plaque composite, à cause de la discontinuité géométrique et structurale [1,2]. Goland et Reissner [3], ont mené une classique analyse sur la distribution des contraintes au niveau du joint adhésif. H.Smith [4], a proposé une procédure d'analyse et un critère de dégradation avec une formulation de Gland et Reissner. Les sollicitations qui donnent naissance à des contraintes supplémentaires dans les structures renforcées et, qui ont été négligé par les études précédentes, c'est les sollicitations « thermiques » couplés avec l'effet de déformations de cisaillement « shear lag ». Les coefficients de dilatation typique pour les structures en acier sont de 10.2×10^{-6} et ceux pour la plaque composite sont considérés comme nuls. Une analyse menée par S.R. Denton [5], sur les contraintes d'interface (de cisaillement et normal), au niveau de la couche de l'adhésif, résultant de la différence des coefficients de dilatation des deux substrats, montre que ces contraintes sont la cause de toutes début de fissuration. Ces concentrations de contrainte se localisent au bord du composite et à la limite de la différence de température de 50° au niveau des structures [6-13]. Dans notre travail, on présente une approche et une formulation, afin de modéliser et déterminer ces contraintes d'interfaces, avec la mise en éclat d'un modèle présentant une originalité et une approche, qui couplent la charge thermique avec l'effet de déformations de cisaillement de la structure, appelé « effets shear lag ». Cette approche a été négligée par les études précédentes, pour des problèmes de non linéarité et de difficultés de résolution des équations couplées. Ces charges couplées donnent naissance à des pics de contraintes qui peuvent dépasser les limites admissibles et peuvent causer, ainsi, la rupture des substrats. Concernant l'effet de discontinuité du bord de la plaque composite et, afin de limiter la concentration de contraintes, ont trouve les travaux entamés par Hart- Smith [4], Vinson [9], et Amijima and Fuji [10].

Pour donner une approche probable sur ces contraintes d'interface, on a tenu compte de l'influence des propriétés physiques et géométriques des matériaux. La solution présentée est essentiellement une extension de celle présentée par Smith et Teng [6] et [7,8] qui, ont développés des théories concernant la détermination de la variation des contraintes dans l'interface des structures renforcées par composites, mais notre approche est basée sur une nouvelle théorie pour la détermination des contraintes. Les résultats ont été validés avec plusieurs recherches récentes et, le modèle a donné une approche d'une tendance sur les valeurs des contraintes et sur leur distribution, notamment, au niveau du bord de la zone de renforcement.

2. Distribution de la Contrainte de cisaillement

2.1. Bases de l'étude

La **figure 1** montre la forme géométrique de la structure renforcée, avec ses paramètres dimensionnels, ainsi, que la section selon le plan de coupe A-A, et la configuration de l'interface du joint adhésif. C'est une forme de structure très utilisée dans les constructions en acier ou en béton.

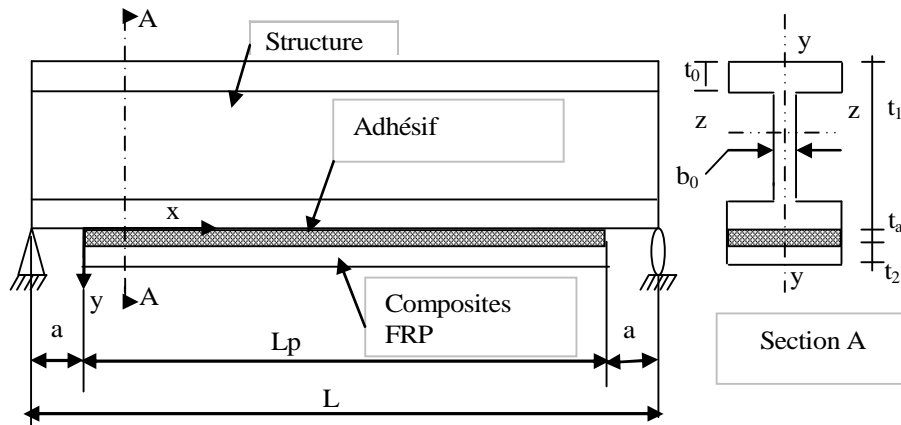


Figure 1 : Géométrie de la structure

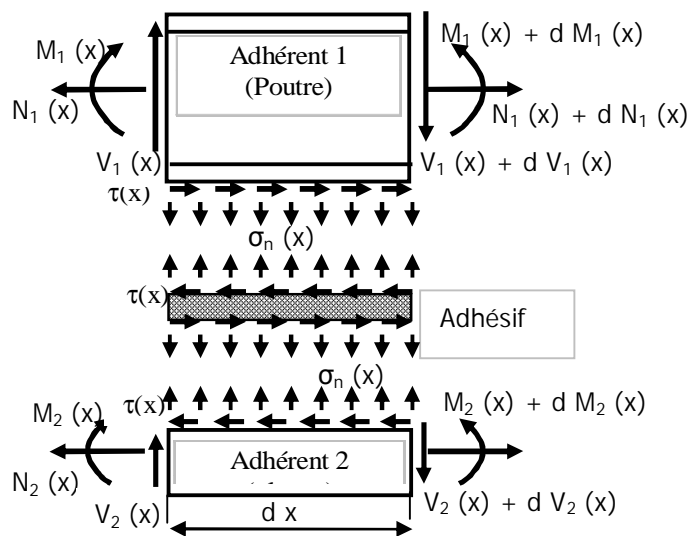


Figure 2 : Elément infinitésimal de la structure

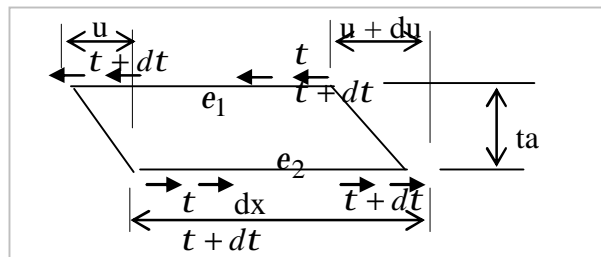


Figure 3 : Elément infinitésimale de l'adhésif

Pour l'étude des contraintes d'interface, on va prendre des hypothèses de base suivantes.

- 1) On suppose que tous les matériaux sont linéaires et élastiques
- 2) La poutre est simplement supportée selon une section plane
- 3) La contrainte de cisaillement et la contrainte normale, au niveau du joint adhésif sont supposées invariables selon l'épaisseur.
- 4) Les contraintes de déformations au niveau de la poutre et de la plaque composite sont prises en considération.
- 5) Le moment de déformation dans la couche d'adhésif est négligé.

2.2. Formulation de la contrainte de cisaillement

On considère un élément de longueur comme c'est montré aux **figures 2 et 3** et, en étudiant la relation contrainte-déplacement au niveau de la couche de l'adhésif. La théorie permet d'écrire les **équations (1) et (2)** [7,8] :

L'équation de l'équilibre selon x, donne la déformation et le déplacement dans l'adhésif :

$$Ga \frac{du}{ta} = dt \quad (1)$$

$$du = (e_2 - e_1)dx \quad (2)$$

On remplace l'équation (2) dans (1), on déduit :

$$Ga \frac{(e_2 - e_1)}{ta} = \frac{dt}{dx} \quad (3)$$

On considère les **figures 2 et 3**, qui donnent la forme infinitésimale d'un élément de la structure renforcée.

L'équilibre d'un élément de la plaque donne l'équation (4).

$$-tb_2 = A_2 \frac{ds_2}{dx} \quad (4)$$

Après dérivation de l'équation (4) et la substitution de l'équation (3) dans (4), on aura :

$$\frac{d^2s_2}{dx^2} = -Gab_2 \frac{(e_2 - e_1)}{A_2ta} \quad (5)$$

Tenant compte de l'effet shear lag de la structure sous l'effort de cisaillement, voir **figure 2**, les équations des déformations dans le joint adhésif, à l'interface des éléments renforcés, seront données par les **équations (6) et (7)**, [5-6,11] :

$$e_1(x) = a_1\Delta T + \frac{M_1t_1/2}{E_1I_1} + \frac{s_1}{E_1} - \frac{t_1}{3G_1} \cdot \frac{dt(x)}{dx} \quad (6)$$

$$e_2(x) = a_2\Delta T - \frac{M_2t_2/2}{E_2I_2} + \frac{s_2}{E_2} - \frac{t_2}{3G_2} \cdot \frac{dt(x)}{dx} \quad (7)$$

En adoptant l'hypothèse faite par Smith et Teng [6], sur la courbure de la poutre et de la plaque :

$$\frac{M_1}{E_1I_1} = \frac{M_2}{E_2I_2} \quad (8)$$

L'équilibre des moments et des charges axiales selon la **figure 3**, donne :

$$A_2s_2 = -A_1s_1 \quad (9)$$

$$M_1 + M_2 = -A_2s_2(y_1 + y_2 + t_a) \quad (10)$$

La combinaison des **équations (8) et (10)**, et la substitution des expressions des moments M_1 et M_2 , ainsi que l'expression de l'équation (9), dans les **équations (6) et (7)**, donne :

$$e_1(x) = a_1\Delta T + \frac{y_1s_2A_2(y_1 + y_2 + t_a)}{E_1I_1 + E_2I_2} - \frac{A_2s_2}{A_1E_1} + \frac{t_1}{3G_1} \cdot \frac{dt(x)}{dx} \quad (11)$$

$$e_2(x) = a_2\Delta T + \frac{y_2s_2A_2(y_1 + y_2 + t_a)}{E_1I_1 + E_2I_2} + \frac{s_2}{A_2} - \frac{t_2}{3G_2} \cdot \frac{dt(x)}{dx} \quad (12)$$

La substitution des **équations (11) et (12) et (4)** dans l'équation (5), donne.

$$\frac{d^2s_2(x)}{dx^2} - K_1b_2 \left(\frac{(y_1 + y_2)(y_1 + y_2 + t_a)}{E_1I_1 + E_2I_2} + \frac{1}{E_1A_1} + \frac{1}{E_2A_2} \right) s_2(x) - K_1 \frac{b_2}{A_2} (a_2 - a_1)\Delta T = 0 \quad (13)$$

Avec K_1 , le coefficient de rigidité de l'adhésive et des éléments renforcés.

$$K_1 = \frac{1}{\left(\frac{t_a}{G_a} + \frac{t_2}{3G_2} + \frac{t_1}{3G_1} \right)} \quad (14)$$

La solution de l'équation (13) a la forme générale suivante :

$$s_2(x) = B_1 \sinh(Ix) + B_2 \cosh(Ix) + B \quad (15)$$

$$I^2 = K_1 b_2 \left(\frac{(y_1 + y_2)(y_1 + y_2 + t_a)}{E_1 I_1 + E_2 I_2} + \frac{1}{E_1 A_1} + \frac{1}{E_2 A_2} \right) \quad (16)$$

$$B = -K_1 \frac{b_2}{I^2 A_2} (a_2 - a_1) \Delta T \quad (17)$$

On dérive l'expression (15) et, on la substitue dans l'équation (4), on trouve la formulation globale de la contrainte tangentielle.

$$t(x) = \frac{A_2}{b_2} I (B_1 \cosh(Ix) + B_2 \sinh(Ix)) \quad (18)$$

B_1 et B_2 sont déterminées par les conditions aux limites. Au bord de l'extrémité de la plaque (pour $x=0$), on a $N_1(x) = N_2(x) = 0$, donc $(\sigma_2 = 0)$.

On remplace les équations (11) et (12) dans l'équation (3), on aura :

$$\frac{dt(x)}{dx} = K_1 \left((a_2 - a_1) \Delta T + s_2 A_2 \frac{(y_1 + y_2)(y_1 + y_2 + t_a)}{E_1 I_1 + E_2 I_2} + \frac{s_2}{E_2} + \frac{A_2 s_2}{s_1 A_1} \right) \quad (19)$$

L'égalisation entre l'équation (19) et la dérivée de l'équation (18) pour la valeur $x=0$, on aura la constante B_2 .

$$B_2 = -K_1 \frac{b_2}{I^2 A_2} (a_2 - a_1) \Delta T \quad (20)$$

On détermine la constante B_1 , à partir de l'équation (18), par l'application de la deuxième condition aux limites. Au milieu de la plaque (pour $x = Lp/2$), la contrainte est nulle ($\tau = 0$).

$$B_1 = -\tanh\left(\frac{ILp}{2}\right) K_1 \frac{b_2}{I^2 A_2} (a_2 - a_1) \Delta T \quad (21)$$

La solution finale de cette équation (18) est donc donnée par la formule (22).

$$t(x) = \frac{BA_2}{b_2} I \left(\tanh\left(\frac{ILp}{2}\right) \cosh(Ix) - \sinh(Ix) \right) \quad (22)$$

3. Distribution de la contrainte normale

La distribution de la contrainte normale tout le long de l'interface de la structure et de la plaque composite selon une section constante, est déterminée selon la méthode de Smith et Teng [6], qui est inspirée des références [1-5]. La charge thermique couplée avec l'effet de déformations du à l'action de la charge de cisaillement, donne la solution générale de la contrainte normale qui, intègre dans son expression un terme de la contrainte tangentielle. Toute modification au niveau de la contrainte tangentielle donne une modification de la contrainte normale, notamment au niveaux des constantes C_1 et C_2 , équations (34) et (35).

La contrainte normale dans l'adhésive peut être exprimée comme suit :

$$s_n(x) = K_n \Delta w(x) = K_n [w_2(x) - w_1(x)] \quad (23)$$

Où K_n est la rigidité normale de l'adhésive par unité de longueur :

$w_1(x)$ et $w_2(x)$ sont les déplacements verticales de l'adhérent 1 et 2 respectivement. En dérivant l'équation (23) deux fois, il en résulte :

$$\frac{d^2 s_n(x)}{dx^2} = K_a \left[\frac{d^2 w_2(x)}{dx^2} - \frac{d^2 w_1(x)}{dx^2} \right] \quad (24)$$

L'équilibre des adhérents 1 et 2 donne les relations entre les moments et les charges de cisaillement [1, 5,7] :

$$\frac{dM_1(x)}{dx} = V_1(x) - b_2 y_1 t(x) \quad (25)$$

$$\frac{dM_2(x)}{dx} = V_2(x) - b_2 y_2 t(x) \quad (26)$$

La substitution des dérivées des **équations (25) et (26)** dans la quatrième dérivée de la contrainte normale obtenue par **l'équation (24)**, on aura l'équation différentielle régissant la contrainte normale à l'interface des substrats.

$$\frac{d^4 s_n(x)}{dx^4} + \frac{E_a b_2}{t_a} \left(\frac{1}{E_1 I_1} + \frac{1}{E_2 I_2} \right) s_n(x) + \frac{E_a b_2}{t_a} \left(\frac{y_1}{E_1 I_1} - \frac{y_2}{E_2 I_2} \right) \frac{dt(x)}{dx} = 0 \quad (27)$$

La solution générale de **l'équation (29)** est donnée par **l'équation (30)**

$$s_n(x) = e^{-bx} [C_1 \cos(bx) + C_2 \sin(bx)] + e^{bx} [C_3 \cos(bx) + C_4 \sin(bx)] - n_1 \frac{dt(x)}{dx} \quad (28)$$

Pour de larges valeurs de x, la contrainte normale tend vers zéro, et il en résulte $C_3 = C_4 = 0$. La solution générale devient alors :

$$s_n(x) = e^{-bx} [C_1 \cos(bx) + C_2 \sin(bx)] - n_1 \frac{dt(x)}{dx} \quad (29)$$

$$b = \sqrt[4]{\frac{E_a b_2}{4 t_a} \left(\frac{1}{E_1 I_1} + \frac{1}{E_2 I_2} \right)} \quad (30)$$

C_1 et C_2 , sont des constantes qui seront obtenus par les conditions aux limites.

$$C_1 = \frac{n_3}{2b^3} t(0) + \frac{n_1}{2b^3} \left(\frac{d^4 t(0)}{dx^4} + b \frac{d^3 t(0)}{dx^3} \right) \quad (31)$$

$$C_2 = \frac{n_1}{2b^2} \frac{d^3 t(0)}{dx^3}; n_3 = \frac{E_a b_2}{t_a} \left(\frac{y_1}{E_1 I_1} - \frac{y_2}{E_2 I_2} \right) \quad (32)$$

4. Solution numérique

Dans ce travail de recherche, la résolution numérique montre que les contraintes sont élevées à l'extrémité de la plaque composite et, que leurs valeurs diminuent après une limite de 300mm du bord de renforcement. Toutes les solutions utilisées pour identifier les contraintes interfaciales convergent, et ceci selon plusieurs approches d'analyse dans plusieurs littératures. La poutre a un module d'élasticité de 100GPa, avec un adhésif d'épaisseur de 2mm, avec $b_0=38$ mm et $t_0=32$ mm, le module de cisaillement de l'adhésif 3.8GPa. La poutre est renforcée par un composite qui se limite à trois modules, un module standard de valeur élastique 140GPa, un module de valeur élastique 200GPa, et un module de haute qualité élastique de valeur 350GPa. La largeur de la plaque en composite est de 240mm, son épaisseur de 12mm, le coefficient de dilataion de la poutre est de $10.2 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$.

4.1. Première configuration

On compare notre travail avec les résultats de recherche dans ce domaine et, en faisant varier les propriétés physiques des matériaux composites, avec l'intégration du modèle de couplage entre l'effet thermique et l'effet de déformations de cisaillement du au présent travail. Les **figures 4, 5 et 6** donnent la variation des contraintes interfaciales pour différentes approches et, en comparaison avec notre travail tenant compte de l'effet thermique couplé avec l'effet de déformations de cisaillement (en intégrant les différentes valeurs du module élastique du composite).

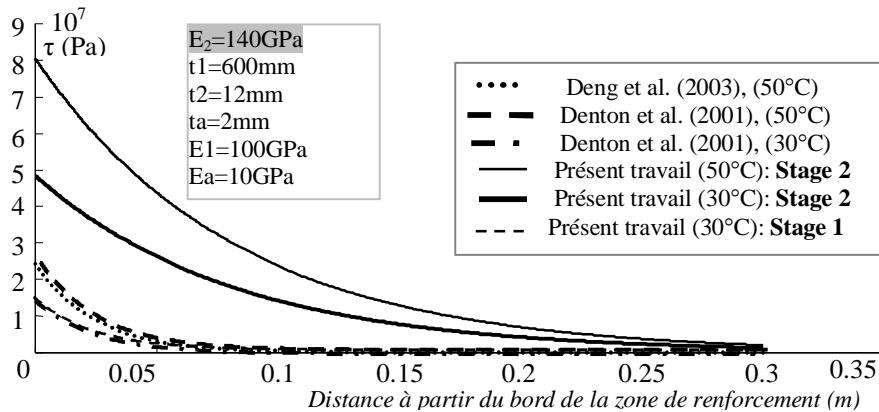


Figure 4 : Distribution de la contrainte de cisaillement à l'interface du composite

Stage 1 : Effet thermique seulement

Stage 2 : Effet thermique couplé avec l'effet de déformations de cisaillement

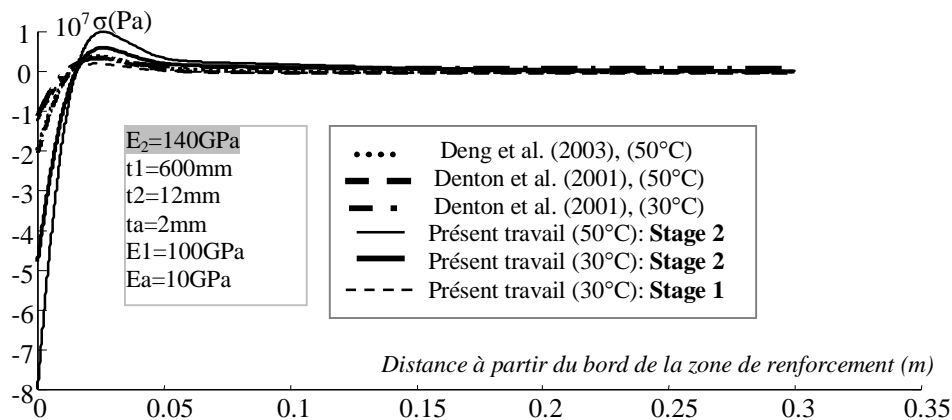


Figure 5 : Distribution de la contrainte normale à l'interface du composite

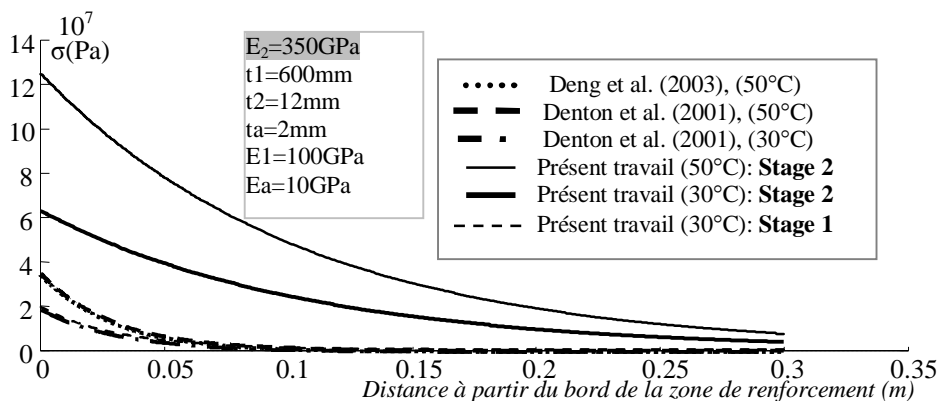


Figure 6 : Distribution de la contrainte de cisaillement à l'interface du composite

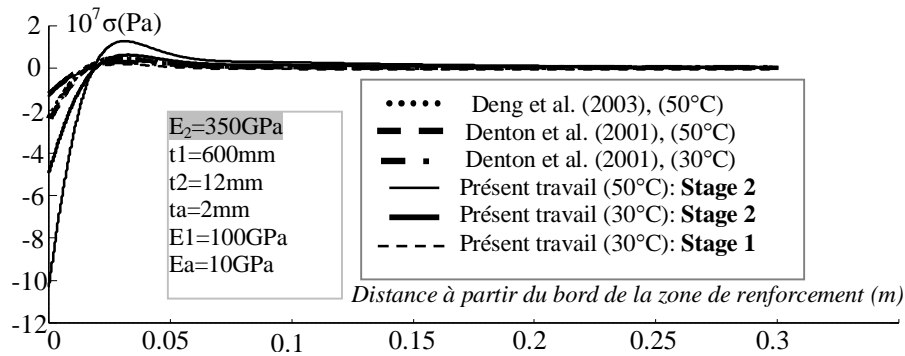


Figure 7 : Distribution de la contrainte normale à l'interface du composite

● Pour la température de 30°C et $E_2 = 140\text{GPa}$:

La contrainte de cisaillement τ_M atteint un maximum de 14.46MPa, pour le cas thermique isolé et, un maximum de 48.28MPa, pour le cas thermique couplé avec l'effet shear lag, **figure 4**.

La contrainte normale σ_M atteint un maximum de 11.88MPa, pour le cas thermique isolé et, un maximum de 47.78MPa, pour le cas thermique couplé avec l'effet shear lag, **figure 5**.

● Pour la température de 50°C et $E_2 = 140\text{GPa}$:

La contrainte de cisaillement τ_M atteint un maximum de 24.10MPa, pour le cas thermique isolé et, un maximum de 80.47MPa, pour le cas thermique couplé avec l'effet shear lag, **figure 4**.

La contrainte normale σ_M atteint un maximum de 19.82MPa, pour le cas thermique isolé et, un maximum de 79.63MPa, pour le cas thermique couplé avec l'effet shear lag, **figure 5**.

● Pour les différentes valeurs du module élastique du composite, voir **tableau 1** et **2**, qui donnent les valeurs numériques des contraintes interfaciales.

● La distribution des contraintes interfaciales est donnée par les **figures 4-7**, où sont représentées les résultats de Deng et al. Denton, ainsi que les résultats de notre recherche. On trouve les mêmes tendances et les mêmes distributions des contraintes interfaciales lorsque la structure est soumise à l'effet thermique. Les résultats diffèrent et montrent des pics de valeurs au niveau du bord de la zone de renforcement lorsque la structure est soumise à l'influence de l'effet thermique et de l'effet de déformations de cisaillement, particulièrement, pour les grandes valeurs du module élastique du composite. La valeur de concentration est significative sur la distance de 300mm du bord de la plaque, en dehors de cette limite la valeur s'approche de zéro.

4.2. Deuxième configuration

Dans cette configuration on traite le cas de la contrainte de cisaillement afin de montrer l'influence et l'effet des paramètres physiques et géométriques sur l'interface en tenant compte de l'effet thermique couplé avec l'effet de déformations de cisaillement et, le même cas de figure sera donné pour la contrainte normale.

On fait varier les paramètres physiques et géométriques des adhérents, selon l'approche et la théorie qui sont adaptées dans le modèle de notre recherche. On remarque différentes variations et configurations des contraintes interfaciales selon que la variable soit l'épaisseur de la plaque composite, le module élastique du composite ou l'épaisseur de l'adhésif et, selon que la variation de la température soit de 30°C ou 50°C. L'influence du module élastique du composite est très remarqué sur la valeur maximale de la contrainte interfaciale en comparaison avec l'épaisseur de la plaque composite et l'épaisseur de la couche de l'adhésif voir **figures 8, 9 et 10**.

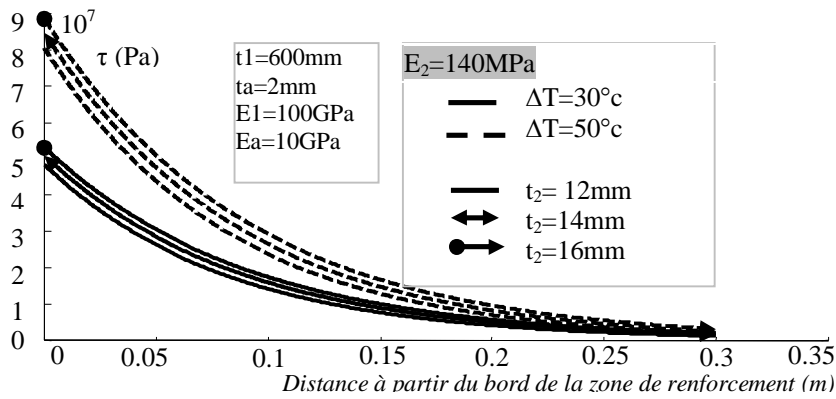


Figure 8 : Distribution de la contrainte tangentielle en fonction de l'épaisseur du composite

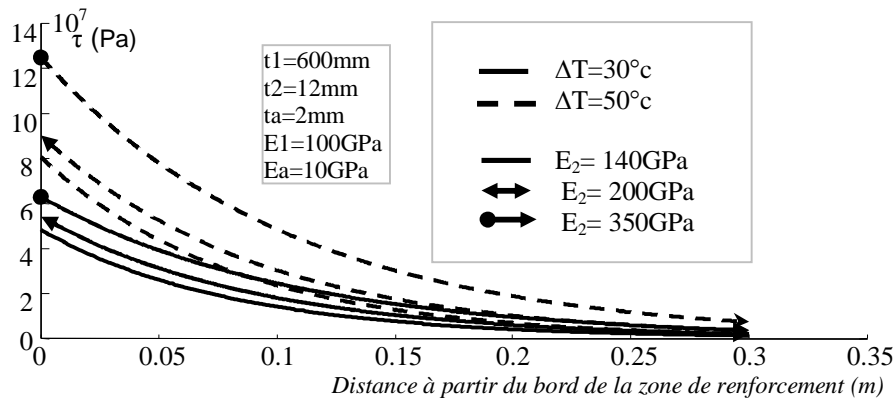


Figure 9 : Distribution de la contrainte tangentielle en fonction du module élastique E_2

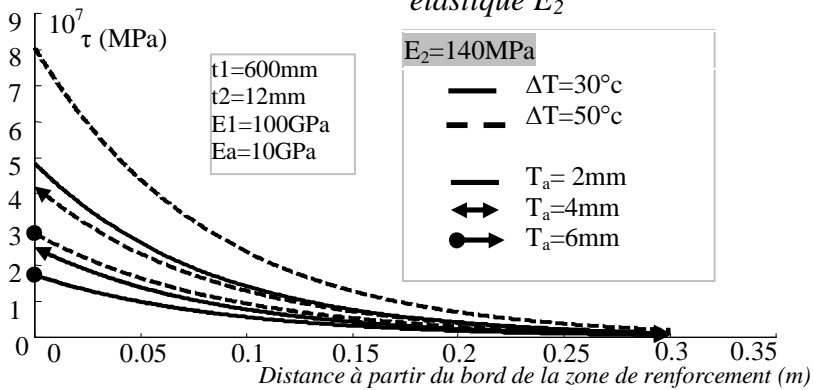


Figure 10 : Distribution de la contrainte tangentielle en fonction de l'épaisseur de l'adhésif

On remarque que le module élastique de la plaque composite influe énormément sur la valeur des contraintes interfaciales, notamment sur leur concentration au niveau du bord de la plaque de renforcement.

● Pour la température de 30°C, la contrainte de cisaillement τ_M passe de la valeur de 48.28MPa à la valeur de 62.88MPa et la contrainte normale σ_M passe de la valeur de 47.78MPa à la valeur de 49.45MPa, lorsque le module passe de 140 à 350MPa, **figure 9** et **tableau 2**.

- Pour la température de 50°C, la contrainte de cisaillement τ_M passe de la valeur de 80.47MPa à la valeur de 124.82MPa et la contrainte normale σ_M passe de la valeur de 79.63MPa à la valeur de 103.01MPa, lorsque le module passe de 140 à 350MPa, figure 9 et tableau 2.
- La distribution de la contrainte de cisaillement en fonction de l'épaisseur de l'adhésif et de l'épaisseur du composite est donnée par les figures 8 et 10, voir tableau 3, pour les valeurs numériques.

5. Conclusion

L'approche dans ce travail de recherche pour le calcul de la contrainte de cisaillement et de la contrainte normale au niveau de l'interface des matériaux renforcés par composites, est basée sur un modèle couplé tenant compte de « l'effet Thermique » et de « l'effet de déformations de cisaillement ». Les études précédentes ont négligé ces effets couplés pour des problèmes de non linéarités, et se sont limités sur des études séparées de l'effet thermique.

Notre travail permet de déterminer la valeur et la tendance de la concentration des contraintes au bord de la zone de renforcement, par l'intégration de la géométrie des adhérents, ainsi que, par l'intégration des propriétés physiques des matériaux utilisés. Dans les deux cas, l'effet thermique apparaît comme le paramètre qui, provoque des pics de valeurs de cette concentration des contraintes à l'interface, en particulier, lorsqu'il est couplé avec l'effet « de déformation », particulièrement pour les valeurs élevées du module élastique du composite. Les valeurs de ces contraintes risquent de dépasser les limites admissibles de la résistance dans la zone renforcée, ce qui peut provoquer le phénomène de délaminage. La variation de la température de 30° à 50° donne des rapports élevés des contraintes interfaciales.

La variation du module élastique du composite de 140 à 350GPa, donne un rapport qui varie de 1.30 à 1.55 pour les contraintes de cisaillement et un rapport qui varie de 1.03 à 1.29 pour les contraintes normales. La valeur des contraintes augmente avec l'épaisseur de la plaque et diminue avec l'épaisseur de l'adhésive, les détails numériques sont mentionnées dans le **tableau 3**.

Cette solution est de nature générale et, elle peut être applicable pour différentes matériaux et structures, réhabilitées par composites. Elle permet de donner de bonnes approches sur les modèles d'analyse des concentrations de contraintes, particulièrement aux bords de la zone de renforcement et, elle sera d'une grande valeur pour les spécialistes de conception et de design sur l'innovation de nouvelles structures rigides et résistantes pour un environnement durable.

Tableau 1 : Comparaison des résultats de plusieurs approches pour la contrainte de cisaillement

| | Valeur maximale de la contrainte de cisaillement (τ en MPa) | | | | | |
|---------------------|---|---|-------|------------------------------------|--|--------|
| | Deng et al.(2004) (Cas thermique) | Denton et al. (2001) (Cas thermique) | | Présent travail (Cas thermique) | Présent travail (Cas thermique + Shear lag) | |
| | 50°c | 30°c | 50°c | 30°c | 30°c | 50°c |
| $E_2=140\text{GPa}$ | 24.18 | 14.46 | 24.10 | 14.49 | 48.28 | 80.47 |
| $E_2=200\text{GPa}$ | 27.18 | 16.25 | 27.08 | 16.31 | 54.13 | 90.22 |
| $E_2=350\text{GPa}$ | 34.70 | 18.91 | 34.52 | 19.09 | 62.88 | 124.81 |

Tableau 2 : Comparaison des résultats de plusieurs approches pour la contrainte normale

| | Valeur maximale de la contrainte normale (σ en MPa) | | | | | |
|---------------------|---|---|-------|------------------------------------|--|--------|
| | Deng et al.(2004) (Cas thermique) | Denton et al. (2001) (Cas thermique) | | Présent travail (Cas thermique) | Présent travail (Cas thermique + Shear lag) | |
| | 50°c | 30°c | 50°c | 30°c | 30°c | 50°c |
| $E_2=140\text{GPa}$ | 19.82 | 12.04 | 20.07 | 12.15 | 47.78 | 79.63 |
| $E_2=200\text{GPa}$ | 20.52 | 12.45 | 20.75 | 12.75 | 49.04 | 81.73 |
| $E_2=350\text{GPa}$ | 23.57 | 12.60 | 23.81 | 12.85 | 49.45 | 103.01 |

Tableau 3: Influence des paramètres physiques et géométriques des matériaux (présent travail : stage 2)

| Valeur maximale de la contrainte de cisaillement (τ en MPa) | | | | | | | |
|---|-------|------------------------------------|-------|-------|-----------------------------------|--------|--------|
| | T(°c) | Epaisseur de l'adhésive (ta en mm) | | | Epaisseur du composite (t2 en mm) | | |
| | | 2 | 4 | 6 | 12 | 14 | 16 |
| $E_2=140\text{GPa}$ | 30 | 48.28 | 25.18 | 17.45 | 48.28 | 50.87 | 53.10 |
| | 50 | 80.47 | 41.97 | 29.08 | 80.47 | 84.79 | 88.51 |
| $E_2=200\text{GPa}$ | 30 | 54.13 | 28.23 | 19.56 | 54.13 | 56.64 | 58.76 |
| | 50 | 90.22 | 47.07 | 32.61 | 90.22 | 94.41 | 97.94 |
| $E_2=350\text{GPa}$ | 30 | 62.88 | 32.79 | 22.72 | 62.88 | 65.06 | 66.83 |
| | 50 | 124.82 | 54.65 | 37.86 | 124.82 | 128.44 | 130.39 |

6. Bibliographies

- [1] T.-M. Roberts, Approximate analysis of shear and normal stress concentrations in adhesive layer of plated RC beams, *The Structure Engineering, London*, v.67, no.12, (1989), pp. 229 – 233.
- [2] B. Taljsten, Strengthening of beams by plate bonding, *Journal of Materials in Civil Engineering, ASCE*, v.9, no.4, (1997), pp.206 – 212.
- [3] M. Goland, E. reissner, The stresses in cemented joints. *J. Appl. Mech.* v.11, (1994), pp. 11-27.
- [4] L.-J. Hart-Smith, Adhesive-bonded single lap joints. Douglas Air-craft Co., NASA Langley Cntract Report CR-112236, (1973).
- [5] M. Malek, H. Saadatmanesh and M.-R. Ehsani, Prediction of failure load of R/C beams strengthened with FRP plate due to stress concentration at the plate end, *ACI Structural Journal*, v.95, no.2, (1998), pp142 – 152.
- [6] S.-T. Smith and J.-G. Teng, Interfacial stresses in plated RC beams, *Engineering Structures*, (2001), pp857 – 871.
- [7] S. -R. Denton, Analysis of stresses developed in FRP plated beams due to thermal effects, *composites in civil engineering*, v.1, (2001), pp 527-536.
- [8] J. Deng, M.-K. Marcus, Stress analysis of steel beams, reinforced with a bonded CFRP plate, *composites structures*, v. 65, (2004), pp 205-215.
- [9] J.-R. Vinson, R.-L. Sierakowski, The bahviur of structures composed of composite materials. Dordrecht. The Neterlands: Kluwer; (1987).
- [10] S. Amijima, T. Fujii, A simple stress analysis method for adhesive bonded tapered joints. *Int. J. Adhes. Adhes.* V.9, no.3, (1989), pp. 155-60.
- [11] A. Tounsi, Improved theoretical solution for interfacial stresses in concrete beams strengthened with FRP plate. *Int. Journal Solid Structures.* (2006); 43(14–15).
- [12] H.-S. Shen, J.-G. Teng, J. Yang, Interfacial stresses in beams and slabs bonded with a thin plate. *J. Eng. Mech. ASCE*, (2001); 127(4): pp399–406.
- [13] J. Yang, J.-G. Teng, J.-F. Chen, A high-order closed-form solution for interfacial stresses in soffit plated RC beams under arbitrary loads. *Structure. Build.* (2003); 156(SB3), pp1–13.